



11. 若定义一种新的运算“ $*$ ”，规定有理数 $a * b = 4ab$ ；

如 $2 * 3 = 4 \times 2 \times 3 = 24$ 。

(1) 求 $3 * (-4)$ 的值；

(2) 求 $(-2) * (6 * 3)$ 的值。

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)



名师视频讲解

12. 若有理数 x, y 满足 $|y - 2\ 020| + |x - 2| = 0$ 。

(1) 求 $xy - y$ 的值；

(2) 将 y 减去它的 $\frac{1}{x}$ ，再减去余下的 $\frac{1}{x+1}$ ，再减去余

下的 $\frac{1}{x+2}$ ，再减去余下的 $\frac{1}{x+3}$ ，…，以此类推，直

到最后减去余下的 $\frac{1}{x+2\ 019}$ ，求最后所得结果。

第3课时 有理数的乘法运算律

1 知识导航

1. 乘法交换律

两个数相乘，交换因数的位置， 相等。即 $ab =$
 (a, b 可以表示正数，也可以表示负数或 0)。

2. 乘法结合律

三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘， 相等。即 $(ab)c =$ (a, b, c 可以表示正数，也可以表示负数或 0)。

3. 分配律

一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积 。即 $a(b+c) =$ (a, b, c 可以表示正数，也可以表示负数或 0)。

注意：①运用乘法交换律时，要连同因数的符号一起变换位置，多个有理数相乘时，通常运用交换律把互为倒数的或能约分的因数先结合，使计算简便。

②运用乘法分配律时，一方面，分别相乘时遵循乘法法则；另一方面将括号中两个数的和可以推广到多个数的和，同时在去括号时，不要漏项。

③要学会逆用乘法分配律，即 $ab + ac = a(b+c)$ 。

1 典例导思

题型一 利用乘法的运算律进行运算

例 1 计算：

$$(1) (-2) \times (-67) \times 5;$$

$$(2) 23 \times \left(-\frac{5}{6}\right) \times (-12);$$

$$(3) (-12) \times \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right);$$

$$(4) \left[-\frac{7}{12} + \frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{18}\right)\right] \times (-36).$$

[分析] (1) 可用乘法交换律和结合律解答；(2) 可用乘法结合律解答；(3)(4) 可用分配律解答。

[试一试]

[方法提炼] 利用有理数的运算律进行计算时,关键是根据算式的特点,选择合适的方法,才能计算得又快又准.

跟踪训练

1. 计算 $\left(\frac{11}{12} - \frac{7}{6} + \frac{3}{4} - \frac{13}{24}\right) \times (-48)$ 的结果是 ()

- A. 2 B. -2 C. 20 D. -20

2. 计算:

(1) $(-8) \times (-7.2) \times (-25) \times \frac{5}{18}$;

(2) $(-16) \times \frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{4}\right) \times 8 \times 1.25$;

(3) $(-6) \times \left[\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)\right]$;

(4) $(-72) \times \left(-\frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}\right)$.

题型二 灵活运用乘法运算律简化计算

例2 计算:

(1) $9\frac{11}{14} \times (-5)$;

(2) $-7 \times \left(-\frac{22}{7}\right) + 19 \times \left(-\frac{22}{7}\right) - 5 \times \left(-\frac{22}{7}\right)$.

[分析] (1) 可以把 $9\frac{11}{14}$ 变形为 $\left(10 - \frac{3}{14}\right)$, 然后用分配律解答; (2) 是三个积的和, 如果分别求出这三个积, 计算量比较大, 注意到每一个乘积中都有因数 $-\frac{22}{7}$, 于是逆用乘法的分配律, 把 $-\frac{22}{7}$ 提出来, 就可以简化运算.

[试一试]

[方法提炼] (1) 逆用分配律可简化运算, 注意添加括号后不要将括号内各数的符号弄错了; (2) 拆项时, 当所拆的数是负数时, 要将其转化为正数后再拆开, 防止出错, 如: $-25\frac{1}{32}$ 等于 $-25 - \frac{1}{32}$, 而不是 $-25 + \frac{1}{32}$.

跟踪训练

3. 计算:

(1) $19\frac{18}{19} \times 5$;

(2) $\left(-14\frac{13}{14}\right) \times 4$;

(3) $1\frac{1}{2} \times \frac{5}{7} - \left(-\frac{5}{7}\right) \times 2\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{7}$.



课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. 计算 $(-1) \times (-5) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$ 的结果是 ()

- A. 1 B. -1 C. $-\frac{1}{25}$ D. -25

2. 下列变形不正确的是 ()

A. $5 \times (-6) = (-6) \times 5$

B. $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) \times (-12) = (-12) \times \frac{1}{4} + (-12) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) \times (-4) = \left(-\frac{1}{6}\right) \times (-4) + \frac{1}{3} \times 4$

D. $(-25) \times (-16) \times (-4) = [(-25) \times (-4)] \times (-16)$

3. 计算 $(-3) \times \left(4 - \frac{1}{2}\right)$, 用分配律计算过程正确的是 ()

A. $(-3) \times 4 + (-3) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

B. $(-3) \times 4 - (-3) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$



C. $3 \times 4 - (-3) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

D. $(-3) \times 4 + 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

4. 法国的“小九九”从“一一得一”到“五五二十五”和我国的“小九九”是一样的,后面的就改用手势了.下面两个图框是用法国“小九九”计算 7×8 和 8×9 的两个示例.若用法国的“小九九”计算 7×9 ,左、右手依次伸出手指的个数是 ()

$7 \times 8 = ?$		$8 \times 9 = ?$	
左手	右手	左手	右手
因为两手伸出的手指数的和为5,未伸出的手指数的积为6,所以 $7 \times 8 = 56$. [$7 \times 8 = 10 \times (2+3) + 3 \times 2 = 56$]		因为两手伸出的手指数的和为7,未伸出的手指数的积为2,所以 $8 \times 9 = 72$. [$8 \times 9 = 10 \times (3+4) + 2 \times 1 = 72$]	

(第4题)

- A. 2,3 B. 3,3 C. 2,4 D. 3,4

5. 计算:

(1) $(-10) \times (-8.24) \times (-0.1) =$ _____;

(2) $(2 \times 3 \times 4 \times 5) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) =$ _____;

(3) $16.8 \times \frac{7}{32} + 7.6 \times \frac{7}{16} =$ _____;

(4) $\left|-2\frac{2}{7} - 8\frac{2}{5}\right| \times (-35) =$ _____.

6. 已知 $|a|=3$, $|b|=2$, $|c|=1$, 且 $a < b < c$, 则 abc 的值是 _____.

7. 计算:

(1) $\left(+1\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{4}{9}\right) \times (-2.5) \times \left(-\frac{3}{25}\right);$

(2) $\frac{5}{31} \times \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-2\frac{1}{15}\right) \times \left(-4\frac{1}{2}\right);$

(3) $(-998) \times \left(-55\frac{1}{2}\right) \times \left(+3\frac{1}{2}\right) \times 0 \times (-82.7);$

(4) $(-0.75) \times 15 \frac{3}{5} \times \left(-3\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{5}{13}\right).$

8. 计算:

(1) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) \times 128;$

(2) $\left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{24}\right) \times (-24);$

(3) $2 - \left(-19\frac{17}{18}\right) \times 36;$

(4) $\left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \times |-24| - \frac{4}{5} \times (-2.5) \times (-8);$

$$(5) 5.1 \times 3 \frac{1}{7} + \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{15} \right) \times (-15) - 1.9 \times \left(-\frac{22}{7} \right).$$

第二阶 能力跃升

9. 观察下列各式:

$$1 \times 2 = \frac{1}{3} \times (1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2);$$

$$2 \times 3 = \frac{1}{3} \times (2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3);$$

$$3 \times 4 = \frac{1}{3} \times (3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4);$$

...

计算 $3 \times (1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 99 \times 100)$ 的结果是 ()

A. $97 \times 98 \times 99$

B. $98 \times 99 \times 100$

C. $99 \times 100 \times 101$

D. $100 \times 101 \times 102$

10. 规定: $n!!$ 表示与 n 有相同奇偶性的不大于 n 的所有正整数的乘积; $n!$ 表示不大于 n 的所有正整数的乘积, 如 $7!! = 7 \times 5 \times 3 \times 1$, $8!! = 8 \times 6 \times 4 \times 2$, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$, 那么 $1!! + 2!! + 3!! + 4!! + 5!! + 6!! =$ _____.

11. 请你参考黑板中老师的讲解, 用运算律简便计算:



利用运算律有时能进行简便计算.

例1 $98 \times 12 = (100 - 2) \times 12 = 1200 - 24 = 1176$.

例2 $-16 \times 233 + 17 \times 233 = (-16 + 17) \times 233 = 233$.

(第 11 题)

(1) $999 \times (-15)$;

(2) $999 \times 118 \frac{4}{5} + 999 \times \left(-\frac{1}{5} \right) - 999 \times 18 \frac{3}{5}$.

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)



12. 阅读理解:

计算 $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)$ 时, 若把 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)$ 与 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)$ 分别看成一个整体, 再利用分配律进行运算, 可以使计算简便. 过程如下:

解: 设 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = A$, $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = B$, 则
原式 $= B(1 + A) - A(1 + B) = B + AB - A - AB = B - A = \frac{1}{5}$.

请用上面的方法计算:

(1) $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)$;

(2) $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n+1} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n+1} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \right)$.
($n \geq 2$, 且 n 为正整数)



1.4.2 有理数的除法

第1课时 有理数的除法法则

知识导航

1. 有理数的除法法则

(1) 除以一个不等于0的数,等于乘这个数的

_____. 即 $a \div b = a \cdot \frac{1}{b} (b \neq 0)$.

(2) 两数相除,同号得_____,异号得_____,并把绝对值_____. _____除以任何一个不等于0的数,都得0.

2. 有理数的乘除混合运算

进行有理数的乘除混合运算时,应先将除法化为乘法,再按运算顺序运算,尽可能运用运算性质使运算简便,如:互为倒数的两个数先相乘,可以约分的分数先约分再相乘.

典例导思

题型一 利用有理数的除法法则进行计算

例1 计算:

$$(1) (-36) \div (-4); \quad (2) \left(-3\frac{1}{3}\right) \div 1\frac{3}{7};$$

$$(3) 0 \div \left(-3\frac{2}{5}\right); \quad (4) (-1.25) \div \left(-\frac{1}{4}\right).$$

[分析] 第(1)小题被除数和除数都是整数,并且能整除,所以根据法则“两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值相除”解答;第(2)(4)小题被除数和除数都是分数(或小数),用法则“除以一个数,等于乘这个数的倒数”解答;第(3)小题被除数为0,根据法则“0除以任何一个不等于0的数,都得0”解答.

[试一试]

[方法提炼] 做除法运算时,可先确定商的符号,再把除法转化为乘法进行运算.当算式中含有带分数或小数时,应把带分数化为假分数,小数化为分数,以便于约分.

跟踪训练

1. 填入□中能使 $2 \times \square = -2$ 成立的数是 ()

- A. -1 B. 2 C. 0 D. -2

2. 计算:

$$(1) (-63) \div (-9); \quad (2) (-60) \div 2\frac{2}{5};$$

$$(3) 0 \div \left(-8\frac{6}{7}\right); \quad (4) \left(-\frac{7}{8}\right) \div (-1.75).$$

题型二 化简分数

例2 化简下列分数:

$$(1) \frac{-42}{-7}; \quad (2) \frac{-2}{-12}; \quad (3) \frac{-\frac{1}{3}}{5}; \quad (4) -\frac{26}{-4}.$$

[分析] 化简分数时,可以把分数理解为分子除以分母,要充分利用分数的基本性质和有理数的除法法则.

[试一试]

[知识拓展] 一个分数称为最简分数的条件:①分子、分母同为正号;②分子、分母不能再约分,即分子、分母互质.

跟踪训练

3. 化简下列分数:

$$(1) \frac{-7}{-14}; \quad (2) \frac{0}{-8};$$

$$(3) \frac{|-24|}{-(-8)}; \quad (4) \frac{27}{-15}.$$

题型三 有理数的乘除混合运算

例3 计算:

$$(1) -\frac{3}{4} \times \left(-1\frac{1}{2}\right) \div \left(-2\frac{1}{4}\right);$$

$$(2) -3\frac{1}{3} \div 2\frac{1}{3} \times (-2);$$

$$(3) -15 \div (-5) \div \left(-1\frac{1}{5}\right);$$

$$(4) 3.5 \div \left(-\frac{7}{8}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right).$$

[分析] 先把除法转化为乘法,再确定结果的符号,最后按有理数的乘法法则进行计算.

[试一试]

[方法提炼] 有理数的乘除混合运算,在没有括号时,应该从左到右依次进行计算.把除法转化为乘法后,可以用乘法的运算律解答.解答过程中,一般要将带分数化为假分数,小数化为分数,这样便于约分化简.

跟踪训练

4. 计算:

$$(1) -37 \div 5 \times \frac{1}{5};$$

$$(2) -3.3 \div \frac{1}{3} \div (-9);$$

$$(3) (-81) \div 2\frac{1}{4} \times \left(-\frac{4}{9}\right) \div 8;$$

$$(4) (-56) \times \left(-1\frac{5}{16}\right) \div \left(-1\frac{3}{4}\right) \times \frac{4}{7}.$$

课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. $(-21) \div 7$ 的结果是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列运算中正确的是 ()

- A. $\frac{1}{3} \div (-3) = -9$ B. $1 \div (-2) = -2$

- C. $-3 \times 4 \div \frac{1}{3} = -4$ D. $-5 \div \left(-\frac{1}{2}\right) = 10$

3. 计算 $\frac{1}{8} \times (-8) \div \left(-\frac{1}{8}\right)$ 的结果等于 ()

- A. 8 B. -8 C. $\frac{1}{8}$ D. 1

4. 若 $a+b>0$, $\frac{a}{b}>0$, 则 ()

- A. $a>0, b>0$
B. $a<0, b<0$
C. a, b 中一正一负, 且正的绝对值较大
D. a, b 中一正一负, 且负的绝对值较大

5. 化简下列分数:

$$(1) \frac{12}{-48} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad (2) \frac{-6}{-0.3} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. 计算: $(1) \left(-\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{3}{25}\right) = \underline{\hspace{2cm}};$

$$(2) \left(-39\frac{6}{7}\right) \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

7. 计算:

$$(1) (-0.5) \div \left(-\frac{1}{4}\right); \quad (2) \frac{4}{7} \div (-12);$$

$$(3) \left(-1\frac{1}{8}\right) \div 1\frac{1}{9}; \quad (4) \left(-3\frac{3}{8}\right) \div (-2.25).$$

8. 计算:

$$(1) 28 \times (-36) \div 72;$$

$$(2) (-378) \div (-7) \div (-9);$$

$$(3) -9 \times (-11) \div 3 \div (-3);$$



$$(4) \left(-\frac{5}{12}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{5}{4};$$

$$(5) 2 \div \left(-\frac{3}{7}\right) \times \frac{4}{7} \div \left(-5\frac{1}{7}\right);$$

$$(6) 1\frac{7}{8} \div (-10) \times \left(-3\frac{1}{3}\right) \div \left(-3\frac{3}{4}\right);$$

$$(7) (2020 \cdot \text{重庆南开中学期中}) -357\frac{34}{33} \div 17.$$

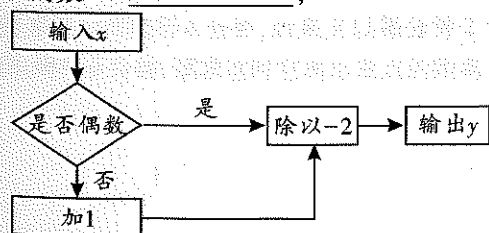
第二阶 能力跃升

9. 计算机中常用的十六进制是逢16进1的计数制,采用数字0~9和字母A~F共16个计数符号,这些符号与十进制的数的对应关系如下表:

十六进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
十进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

例如,用十六进制表示 $C + F = 1B$, $19 - F = A$, $18 \div 4 = 6$, 则 $A \times B$ 等于

- A. 72 B. 6E C. 5F D. B0
10. (1) 在如图所示的运算流程中,若输出的数 $y = 3$,则输入的数 $x =$ _____;



[第10(1)题]

$$(2) \text{规定 } a \otimes b = \frac{1}{a} \div \left(-\frac{b}{2}\right), \text{例如 } 2 \otimes 3 = \frac{1}{2} \div \left(-\frac{3}{2}\right), \text{则 } [2 \otimes (-5)] \otimes 4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

11. 阅读下列材料:

$$\text{计算: } \left(-\frac{1}{30}\right) \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right).$$

$$\text{解法一: 原式} = \left(-\frac{1}{30}\right) \div \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{5}\right)\right] = \left(-\frac{1}{30}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{30} \times 3 = -\frac{1}{10}.$$

解法二: 原式的倒数为:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right) \div \left(-\frac{1}{30}\right) \\ &= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right) \times (-30) \\ &= -20 + 3 - 5 + 12 = -10, \end{aligned}$$

$$\text{故原式} = -\frac{1}{10}.$$

根据上述材料,选择合适的方法计算:

$$\left(-\frac{1}{42}\right) \div \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{14} + \frac{2}{3} - \frac{2}{7}\right).$$

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)

12. 已知非零有理数 a, b, c 满足 $ab > 0, bc > 0$.

(1) 求 $\frac{|ab|}{ab} + \frac{ac}{|ac|} + \frac{|bc|}{bc}$ 的值;

(2) 若 $a + b + c < 0$, 试求 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{|abc|}{abc}$ 的值.



第2课时 有理数的加减乘除混合运算

知识导航

有理数的加减乘除混合运算顺序

若无括号,则按“先_____,后_____”的顺序进行;若有括号,则先算括号内的;同级运算,按从_____到_____的顺序进行.计算时注意符号的确定,还要灵活运用运算律使运算简便.

典例导思

题型一 有理数的加减混合运算

例1 计算:

$$(1) \frac{1}{15} - \left(-\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right) \div (-3);$$

$$(2) 1\frac{2}{17} \div \left(-\frac{12}{13} \right) + \left(-5\frac{14}{17} \right) \div \left(-\frac{12}{13} \right);$$

$$(3) 36 \div 3 \times \frac{1}{3} - \left[\left(+\frac{1}{7} \right) - \left(-\frac{1}{3} \right) - \left(+\frac{1}{5} \right) \right] \div \left(-\frac{1}{105} \right).$$

[分析] 有理数的加减乘除混合运算,仍然和小学所学的四则混合运算顺序一样,先乘除,再加减,同级运算从左到右依次进行.如果有括号,应该先算括号里面的.(2)(3)可用分配律使运算简便.

[试一试]

跟踪训练

1. 计算 $(-7) \times (-6) \times 0 \div (-42) + 1$ 的结果是 ()

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

2. 计算:

$$(1) -1 + 5 \div \left(-\frac{1}{6} \right) \times 6;$$

$$(2) 20 \div (-4) \times 5 + 5 \div \frac{1}{3} \times (-3) - 7;$$

$$(3) \left[\frac{5}{6} \div \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + 2\frac{1}{8} \right] \div \left(-1\frac{1}{8} \right);$$

$$(4) \left[2 - \left(1\frac{2}{3} - \frac{4}{5} \right) \div \frac{1}{2} \right] \times \left(-2\frac{1}{2} \right).$$

题型二 有理数加减乘除混合运算的实际应用

例2 某高山上的温度从山脚处开始,海拔每升高100 m,温度就降低 0.6°C . 若山脚处温度是 28°C ,则山上500 m处的温度是多少?

[分析] 根据题意列出算式,再按有理数的加减乘除计算即可.

[试一试]

跟踪训练

3. 为了鼓励居民节约用水,某自来水公司采取分段计费,每月每户用水不超过10吨,每吨2.2元;超过10吨的部分,每吨加收1.3元.小明家4月份用水15吨,应交水费_____元.
4. 已知某山区海拔每升高100 m,气温就降低 0.6°C . 某种植物适宜生长在温度为 20°C 的山坡上,现在测得山脚下的温度为 23°C ,那么该植物种在距山脚多高处最为适宜?



课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. 计算 $12 + (-18) \div (-6) - (-3) \times 2$ 的结果是

- A. 7 B. 8 C. 21 D. 36

2. 右图是一数值转换机, 若输入的 x 为 -5 , 则输出的结果为

- A. 21 B. 11
C. -9 D. -17

3. 下列各式计算正确的是

A. $9 \div 2 \times \frac{1}{2} = 9 \div 1$

B. $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = 0 \div \frac{5}{6}$

C. $(22 + 99) \div 11 = 22 \div 11 + 99 \div 11$

D. $18 \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 18 \div \frac{1}{2} - 18 \div \frac{1}{3}$

4. 如图为阿辉、小燕一起到商店分别买了数杯饮料与在家分饮料的经过。



(第4题)

若每杯饮料的价格均相同, 则根据图中的对话, 判断阿辉买了多少杯饮料

- A. 22 B. 25 C. 47 D. 50

5. 计算: (1) $5 \times (-3) + 6 \div (-2) =$;

(2) $\left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{5}{4} =$.

6. (1) 定义一种新运算: $a \otimes b = ab - a + b$, 那么 $(-1) \otimes (-3) =$;

(2) 定义一种新的运算: $x * y = \frac{x+2y}{x}$, 如: $3 * 1 =$

$\frac{3+2 \times 1}{3} = \frac{5}{3}$, 则 $(2 * 3) * 2 =$.

7. 一只小虫沿一根东西方向放置的木杆爬行, 先以每分钟 2.5 m 的速度向西爬行 4 分钟, 后来又以每分钟 2 米的速度向东爬行 6 分钟. 试求这时它离出发点的距离.

8. 计算:

(1) $\left(-\frac{7}{4}\right) \div \frac{7}{8} - \frac{2}{3} \times (-6)$;

(2) $\left(-\frac{1}{6} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{24}\right) \times 5$;

(3) $\left|-\frac{7}{9}\right| \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{3} \times (-4)$;

(4) (2020 · 重庆育才中学期末) $24 \div \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3}\right) - 6 \frac{21}{22} \times 22$;

(5) (2020 · 重庆南开中学期中) $0.7 \times \frac{13}{11} - 6.6 \times \frac{3}{7} -$

$3.2 \div \frac{7}{3} + 0.7 \times \frac{9}{11}$;

$$(6) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{1}{100}\right).$$

第二阶 能力跃升

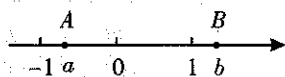
9. 如图, A, B 两点在数轴上表示的数分别为 a, b , 下列式子成立的是 ()

A. $\frac{a}{b} > 0$

B. $a - b > 0$

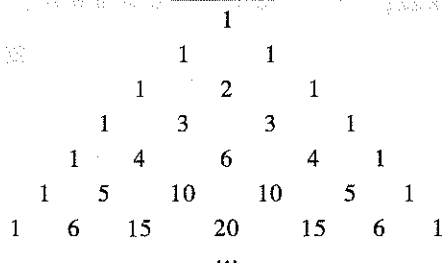
C. $a(b-1) < 0$

D. $(b-1)(a+1) < 0$



(第9题)

10. 我国古代数学家杨辉发现了如图所示的三角形, 我们称之为“杨辉三角”, 从图中取一组数: 1, 3, 6, 10, ..., 记 $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 6, a_4 = 10, \dots$, 那么 $a_4 + a_{11} - 2a_{10} + 10$ 的值是 _____.



(第10题)

学习笔记^①:

11. 有个填写运算符号的游戏: 在“ $1 \square 2 \square 6 \square 9$ ”中的每个 $\square$ 内, 填入“+”, “-”, “ $\times$ ”, “ $\div$ ”中的某一个(可重复使用), 然后计算结果.

(1) 计算: $1 + 2 - 6 - 9$;

(2) 若 $1 \div 2 \times 6 \square 9 = -6$, 请推算 $\square$ 内的符号;

(3) 在“ $1 \square 2 \square 6 - 9$ ”的 $\square$ 内填入符号后, 使计算所得数最小, 直接写出这个最小数.

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)



12. 用符号 M 表示一种运算, 它对整数和分数的运算结果分别如下:

$$M(1) = -2, M(2) = -1, M(3) = 0, M(4) = 1, \dots$$

$$M\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}, M\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{9}, M\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{16}, \dots$$

利用以上规律计算:

(1) $M(28) \times M\left(\frac{1}{5}\right)$;

(2) $-1 \div M(39) \div \left[-M\left(\frac{1}{6}\right)\right]$.

注: ①供同学们做要点笔记使用。



1.5 有理数的乘方

1.5.1 乘方

第1课时 乘方

知识导航

1. 乘方的有关概念

求 n 个相同因数的积的运算,叫做_____,
的结果叫做_____. 在 a^n 中, a 叫做_____, n 叫做_____.

注意: a^n 表示有_____相乘,读作 a 的 n 次方(幂).

2. 乘方运算的符号规律

负数的奇次幂是_____,负数的偶次幂是_____.
正数的任何次幂都是_____,0 的任何正整数次幂都是_____.

用字母表示:当 n 为偶数时, $(-a)^n = a^n$; 当 n 为奇数时, $(-a)^n = -a^n$.

注意:①首先要注意指数的取值范围,即 n 可以取任意的正整数,当指数是1时可以省略不写.

②注意书写格式,当底数是负数、分数或含计算关系的式子时,应加括号后再写指数.

典例导思

题型一 有理数乘方的意义

例1 (1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ 中底数是_____,指数是_____;

(2) -3^2 中底数是_____,指数是_____;

(3) -3 的平方写作_____,3 的平方的相反数写作_____;

(4) $(-6)^{15}$ 的意义是_____ ()

A. 6 个 -15 相乘 B. 15 个 -6 相乘

C. 15 个 -6 相加 D. -6×15

[分析] a^n 中, a 是底数, n 是指数. a^n 表示 n 个相同的因数 a 相乘.

[方法提炼] 当底数是负数或分数时,一定要用括号把底数括起来.

跟踪训练

1. 计算 $\frac{\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{m \text{ 个 } 2}}{\underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_n}$ 的值为_____ ()

A. $\frac{2m}{3^n}$

B. $\frac{2^n}{3m}$

C. $\frac{2m}{n^3}$

D. $\frac{m^2}{3m}$

2. $(-5)^3$ 的意义是_____, -5^3 的意义是_____.

题型二 幂的简单计算

例2 计算下列各题:

(1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; (2) $-\frac{2^3}{3}$; (3) $-\left(\frac{2}{3}\right)^3$; (4) $-\frac{2}{3^3}$;

(5) $\left(-1\frac{1}{4}\right)^2$; (6) $-\left(-2\frac{1}{3}\right)^2$;

(7) $(-2.5)^2$; (8) -0.5^4 .

[分析] (1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ 表示 3 个 $-\frac{2}{3}$ 相乘; (2) $-\frac{2^3}{3}$ 表示 2^3 与 3 的商的相反数; (3) $-\left(\frac{2}{3}\right)^3$ 表示 3 个 $\frac{2}{3}$ 乘积的相反数; (4) $-\frac{2}{3^3}$ 表示 2 与 3^3 的商的相反数; (5) (6) (7) 中先将带分数、小数化为假分数后再算乘方; (8) 中先将小数化为真分数后再算乘方.

[试一试]

跟踪训练

3. (2020·重庆一中月考)下列各数中:① $-|-1|$; ② $-[-(-2)]$; ③ $(-2)^3$; ④ -2^2 ; ⑤ $-(-4)^3$, 其运算结果为正数的个数有_____ ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 计算:

(1) $-\left(-\frac{1}{5}\right)^3$; (2) $\left(-4\frac{1}{3}\right)^2$;

(3) $(-1)^{2n}$ (n 为正整数);

(4) $(-1)^{2n+1}$ (n 为正整数).

题型三 偶次方的非负性

例3 已知 x, y 是有理数, 且 $|3x-4| + (5y+7)^2 = 0$, 求 $x^2 + y^2$ 的值.

[试一试]

跟踪训练

5. 若 $|m-3| + (n+2)^2 = 0$, 则 $m+2n$ 的值为 ()
A. -4 B. -1 C. 0 D. 4
6. (2020 · 重庆一中月考) 若 $|x+3|^2$ 与 $|y-2|$ 互为相反数, 则 x^2 的值为 ()
A. 9 B. -9 C. 8 D. -8

课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. 算式 $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ 可表示为 ()
A. $(-2) \times 4$ B. $(-2)^4$
C. -2^4 D. 以上都不正确
2. 计算 -2^2 的值是 ()
A. -2 B. -4 C. 2 D. 4
3. 若 $a < 0$, 则下列结论中不成立的是 ()
A. $a^2 = |a^2|$ B. $a^2 = (-a)^2$
C. $a^3 = -|a^3|$ D. $a^3 = (-a)^3$
4. (2020 · 四川资阳期末) 下列各数: $-(+2)$, -3^2 , $(-\frac{1}{3})^4$, $-\frac{2^2}{5}$, $-(-1)^{2021}$, $-(-|-3|)$, 其中负数有 ()
A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个
5. (1) 计算: $(-6)^2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) =$ _____;
(2) 一根 20 m 长的绳子, 剪掉它的一半后, 再剪掉它剩下的一半, 如此进行下去, 第五次后绳子还剩下 _____ m.

6. (1) (2020 · 重庆南开中学月考) 若 $(a-1)^2 + |b+2| + (c-3)^4 = 0$, 则 $(a+b)^{2019} - (-a)^c =$ _____;

(2) (2020 · 四川内江期末) 用“ $\star$ ”“ $\blacktriangle$ ”定义新运算: 对于任意有理数 a, b , 都有 $a \star b = a^b$ 和 $a \blacktriangle b = b^a$,

那么 $(-2 \star 2) \blacktriangle (-\frac{1}{2}) =$ _____.

7. 计算:

(1) $-(-2)^4$; (2) $(+1\frac{1}{2})^3$;

(3) $-(0.3)^3$; (4) $-(-\frac{4}{5})^3$.

8. 计算:

(1) $(-1)^{10} \times 2 + (-2)^3 \div 4$;

(2) $(-5)^3 - 3 \times (-\frac{1}{2})^4$;

(3) $(-\frac{3}{4})^3 + (-\frac{3}{4})$;

(4) $-1^{100} \times (-5) + (-2)^4 \div 4$;

(5) $(-3)^3 - 3 \times (-\frac{1}{3})^4$;



第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)

12. (2020·重庆实验外国语学校期中)小明是一个聪明而又富有想象力的孩子.学习了“有理数的乘方”后,他就琢磨着使用“乘方”这一数学知识脑洞大开地定义出“有理数的除方”概念,于是规定:若干个相同有理数(均不能为0)的除法运算叫做除方,如 $5 \div 5 \div 5$, $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$ 等.类比有理数的乘方,小明把 $5 \div 5 \div 5$ 记作 $f(3, 5)$, $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$ 记作 $f(4, -2)$.

(1)直接写出计算结果: $f(5, \frac{1}{2}) =$ _____, $f(6, 3) =$ _____;

(2)关于“有理数的除方”,下列说法正确的是_____(填序号)

- ①对于任何正整数 n ,都有 $f(n, -1) = 1$; ② $f(6, 3) = f(3, 6)$; ③ $f(2, a) = 1 (a \neq 0)$; ④对于任何正整数 n ,都有 $f(2n, a) < 0 (a < 0)$.

(3)小明深入思考后发现:“除方”运算能够转化成乘方运算,且结果可以写成幂的形式.请推导出“除方”的运算公式 $f(n, a)$ (n 为正整数, $a \neq 0$, $n \geq 2$),要求写出推导过程,并将结果写成幂的形式;(结果用含 a, n 的式子表示)

(4)请利用(3)问的推导公式计算:

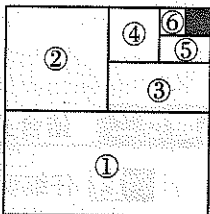
$$f(5, \frac{1}{3}) \times f(4, -3) \times f(5, \frac{1}{2}) + f(5, -\frac{1}{4}) \div f(6, -\frac{1}{2}).$$

第二阶 能力跃升

9. 观察下列等式: $7^0 = 1, 7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2401, 7^5 = 16807, \dots$, 根据其中的规律可得 $7^0 + 7^1 + 7^2 + \dots + 7^{2020}$ 的结果的个位数字是 ()

A. 0 B. 1 C. 3 D. 7

10. (2020·成都高新区期末)如图,将一个边长为1的正方形纸片分割成7个部分,部分①是边长为1的正方形纸片面积的一半,部分②是部分①面积的一半,部分③是部分②面积的一半,依此类推,阴影部分的



(第10题)

面积是_____;受此启发,则 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2}$ 的值为_____.

11. 阅读下列材料:小明为了计算 $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019} + 2^{2020}$ 的值,采用以下方法:

设 $S = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019} + 2^{2020}$ ①,

则 $2S = 2 + 2^2 + \dots + 2^{2020} + 2^{2021}$ ②,

② - ①, 得 $2S - S = S = 2^{2021} - 1$,

所以 $S = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019} + 2^{2020} = 2^{2021} - 1$.

请仿照小明的方法解决以下问题:

- (1)求 $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9$ 的值;
(2)求 $3 + 3^2 + \dots + 3^{10}$ 的值;
(3)求 $1 + a + a^2 + \dots + a^n (a > 0, n \text{ 是正整数})$ 的值.

第2课时 有理数的混合运算

知识导航

有理数混合运算的运算顺序

- (1) 先乘方,再_____,最后_____;
- (2) 同级运算,从_____到_____进行;
- (3) 如有括号,先做括号_____的运算,按小括号、_____,_____依次进行.

注意:①有理数的混合运算顺序:先算高级运算,后算低级运算,同级运算按从左到右的顺序计算,有括号的先算括号里面的.

②在做混合运算的题目时,应先观察有哪些运算,需要用哪些运算法则以及可以运用哪些运算律,然后再动手去算.在运算中还要注意符号问题,一般要先确定符号,再确定绝对值.

典例导思

题型一 有理数的混合运算

例1 计算:

- (1) $-2^2 - (-2)^2 - 2^3 - (-2)^3$;
- (2) $1\frac{1}{2} \times [3 \times (-\frac{2}{3})^2 - (-1)^4] + \frac{1}{4} \div (-\frac{1}{2})^3$;
- (3) $1\frac{2}{3} - \{5\frac{3}{4} - 2^2 \div [(-\frac{1}{2})^2 + 3 \times (-\frac{3}{4})] \times \frac{1}{8}\}$.

[分析] 有理数的混合运算要特别注意运算顺序,有括号时要先算小括号里面的,后算中括号里面的,再算大括号里面的.对于较长的式子,可以按“+”“-”号把它分成几个小式子进行分步解答.

[试一试]

跟踪训练

1. 计算下列各题:

(1) $15 + (-8) - (-4) - 5$;

(2) $(-\frac{5}{12} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6}) \times (-48)$;

(3) $-10 + 8 \div (-2^2) - (-4) \div (-\frac{1}{3})$;

(4) $-1^4 - (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times [5 - (-3)^2]$.

题型二 结合乘方变化探索规律

例2 仔细观察下列三组数:

第一组:1,4,9,16,25,...

第二组:1,8,27,64,125,...

第三组:-2,-8,-18,-32,-50,...

(1) 写出每组的第6个数各是多少?

(2) 第二组的第100个数是第一组的第100个数的多少倍?

(3) 取每组的第20个数,计算这三个数的和.

[分析] (1) 第一组按 $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$ 排列,第二组按 $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, \dots$ 排列,通过观察可以发现,第三组中的数是用第一组中的数乘-2得来的;(2) 利用(1)中的规律即可得出答案;(3) 利用(1)中的规律得出每组数的第20个数,再相加即可得出答案.

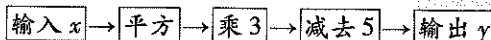
[试一试]



跟踪训练

2. 观察以下一列数的特点: $0, 1, -4, 9, -16, 25, \dots$, 则第 11 个数是 ()
 A. -121 B. -100 C. 100 D. 121
3. 观察下列三行数, 并完成后面的问题:
 ① $-2, 4, -8, 16, -32, \dots$;
 ② $1, -2, 4, -8, 16, \dots$;
 ③ $0, -3, 3, -9, 15, \dots$.
 (1) 根据排列规律, 分别写出上面三行数的第 6 个数;
 (2) 设 x, y, z 分别表示第①、②、③行数的第 2021 个数, 计算 $x+y+z$ 的值.

6. (1) 按照如图所示的操作步骤, 若输入 x 的值为 -2 , 则输出 y 的值为 _____;



[第 6(1)题]

- (2) 定义一种新运算: $a \otimes b = b^2 - ab$, 如 $1 \otimes 2 = 2^2 - 1 \times 2 = 2$, 则 $(-1 \otimes 2) \otimes 3 =$ _____.

7. 计算:

(1) $-2^3 + (-3)^2$; (2) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 + \left(-\frac{3}{4}\right)$;

(3) $(-2)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3$;

(4) $4 \times (-3)^2 - 5 \times (-2)^3 + 6$.

课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. 计算 $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1$ 的值为 ()

A. $-\frac{5}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. 0

2. 计算 $-16 \div (-2)^3 - 2^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ 的值为 ()

A. 4 B. -4 C. 0 D. -2

3. (2020 · 重庆南开中学月考) 下列计算正确的是 ()

A. $18 - 6 \div (-2) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 17$

B. $(-12) \div \left(-\frac{1}{12}\right) \div (-100) = -100$

C. $3 \div 2^2 \times \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{3}{20}$

D. $\left(-\frac{5}{6} + \frac{3}{8}\right) \times 24 = -29$

4. 要使算式 $-3^4 \square [2^3 - (-2)^3]$ 的计算结果最大, 在 $\square$ 里填入的运算符号应是 ()

A. + B. - C. $\times$ D. $\div$

5. 填空:

(1) $-2 \times 3^2 - (-3^2 \times 2) =$ _____;

(2) $-2^4 \div (-2)^2 - (-1)^2 =$ _____.

8. 计算:

(1) (2020 · 成都七中期末) $-5 + \left(-\frac{1}{2}\right) + (-3)^2 \times |-5 - 1|$;

(2) $-1^4 - \frac{1}{6} \times [2 - (-3)^2]$;

(3) $(-4)^2 \div 5 \frac{1}{3} \times (-2^2) + (-2)^2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)$;

$$(4) (-3)^2 - 1 \frac{1}{2} \times \frac{2}{9} - 6 \div \left| -\frac{2}{3} \right|^2;$$

$$(5) \frac{3}{17} \times \left\{ \frac{17}{3} \times \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^2 \times (-2)^3 - \frac{(-4)^3}{4} \right] - 34 \right\} \div (-1^4);$$

$$(6) \left(-\frac{31}{51} - \frac{11}{17} \right) \times \left[\left(\frac{5}{8} \right)^3 + (-0.625)^3 \right] - \left(6 \frac{3}{4} - 4.25 - 2 \frac{1}{2} \right) \div \left[0.22^2 + \left(1 \frac{7}{2020} \right)^2 \right] + (-1)^{2021}.$$

第二阶 能力跃升

9. 数学家发明了一个魔术盒, 当任意实数对 (a, b) 进入其中时, 会得到一个新的实数: $a^2 + b + 1$. 例如把 $(3, -2)$ 放入其中, 就会得到 $3^2 + (-2) + 1 = 8$. 现将实数对 $(-2, 3)$ 放入其中得到实数 m , 再将实数对 $(m, 1)$ 放入其中后, 得到的实数是_____.

10. 有一列数, 按一定规律排列成 $1, -2, 4, -8, 16, -32, \dots$, 其中某三个相邻数的积是 4^{12} , 则这三个数的和是_____.

11. 观察下列各式, 然后回答问题:

$$1 - \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}, 1 - \frac{1}{3^2} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3}, 1 - \frac{1}{4^2} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4},$$

...

(1) 根据上述规律填空:

$$1 - \frac{1}{100^2} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$1 - \frac{1}{2019^2} = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 用你发现的规律计算:

$$\left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \times \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{2020^2} \right).$$

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)



12. 请你研究以下分析过程, 并尝试完成下列问题:

$$1^3 = 1^2;$$

$$1^3 + 2^3 = 9 = 3^2 = (1 + 2)^2;$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = 6^2 = (1 + 2 + 3)^2;$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 = 10^2 = (1 + 2 + 3 + 4)^2.$$

$$(1) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

(4) 由以上结论, 计算 $11^3 + 12^3 + 13^3 + \dots + 20^3$ 的值.



方法技巧专题:有理数中的简便运算

方法一 凑整法

1. 计算:

$$(1) 5 + (-4) + 6 + 4 + 3 + (-3) + (-2);$$

$$(2) 36.54 + 22 - 82 + 63.46;$$

$$(3) -1\frac{1}{6} - 2\frac{2}{3} + 4\frac{4}{5} - 5\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} - 3.8.$$

方法二 变序法

$$2. \text{计算: } \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}\right) \times \cdots \times \left(\frac{2018}{2019} \times \frac{2020}{2019}\right) \times \left(\frac{2019}{2020} \times \frac{2021}{2020}\right).$$

3. 阅读材料,回答问题.

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1,$$

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{5}{4} \times$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{5}{4} \times \frac{4}{5}\right) = 1 \times 1 = 1.$$

根据以上信息,请求出下式的结果:

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{6}\right) \times \cdots \times \left(1 + \frac{1}{20}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{21}\right).$$

方法三 配对法

4. 计算:

$$(1) 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + 13 + \cdots + 2018 - 2019 - 2020 + 2021;$$

$$(2) \frac{1}{2020} + \frac{2}{2020} + \frac{3}{2020} + \cdots + \frac{4039}{2020}.$$

方法四 拆项法

5. 计算:

$$(1) -2\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3} + 3\frac{1}{6};$$

$$(2) -19 \frac{17}{18} \times 36.$$

6. 阅读下面的文字:

对 $(-7 \frac{1}{2}) + 3 \frac{5}{6}$ 进行计算, 我们可以用下面的方法:

$$(-7 \frac{1}{2}) + 3 \frac{5}{6} = (-7) + (-\frac{1}{2}) + 3 + \frac{5}{6} = (-4) + \frac{1}{3} = -3 \frac{2}{3}.$$

这种方法称为分离带分数法.

请你运用上面的方法, 计算:

$$(1) (-3 \frac{5}{6}) + (-7 \frac{2}{3}) + 14 \frac{3}{4} + (-10 \frac{1}{2});$$

$$(2) -2\,017 \frac{1}{4} + 2\,018 \frac{1}{5} + 2\,019 \frac{1}{2} + (-2\,020 \frac{9}{20}).$$

方法五 相消法

7. 观察下列运算过程:

$$S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2\,018} + 3^{2\,019}, \quad ①$$

$$① \times 3, \text{ 得 } 3S = 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2\,019} + 3^{2\,020}, \quad ②$$

$$② - ①, \text{ 得 } 2S = 3^{2\,020} - 1, \text{ 则 } S = \frac{3^{2\,020} - 1}{2}.$$

试运用上面的计算方法计算: $1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \cdots + 5^{2\,019} + 5^{2\,020}$ 的值.

8. 请先阅读下列一组内容, 然后解答问题:

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \cdots, \frac{1}{9 \times 10} = \frac{1}{9} - \frac{1}{10}.$$

计算:

$$(1) \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{2\,019 \times 2\,020};$$

$$(2) \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{49 \times 51}.$$

方法六 换元法

9. 计算:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2\,020} \right) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2\,019} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2\,020} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2\,019} \right).$$



巩固训练专题：有理数的运算

类型一 有理数的加减混合运算

1. 计算：

$$(1) 12 - (-18) + (-7) - 15;$$

$$(2) -216 - 157 + 348 + 512 - 678;$$

$$(3) -40 - 28 - (-19) + (-24) - (-32);$$

$$(4) 4.7 - (-8.9) - 7.5 + (-6);$$

$$(5) -4\frac{2}{3} + 1\frac{11}{12} - 17\frac{1}{4} - 2\frac{17}{18};$$

$$(6) 2.25 + 3\frac{3}{4} - 12\frac{5}{12} - 8\frac{3}{8};$$

类型二 有理数的加减乘除混合运算

2. 计算：

$$(1) \frac{1}{30} - \left(-\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) \div (-2);$$

$$(2) \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{7} + \frac{1}{3} - \frac{9}{14}\right) \div \left(-\frac{1}{42}\right);$$

$$(3) -8\frac{1}{4} + 8\frac{1}{4} \div \left(-2\frac{7}{12} \times \frac{3}{31}\right);$$

$$(4) (-81) \div 2\frac{1}{4} + \frac{4}{9} \div (-16);$$

$$(5) \left[1\frac{1}{24} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{3}{4}\right) \times 24\right] \div 5;$$

$$(6) \left(-\frac{1}{63} \right) \div \left(\frac{1}{9} - \frac{2}{7} + \frac{2}{3} - \frac{4}{21} \right).$$

类型三 有理数的加减乘除和乘方运算

3. 计算:

$$(1) -1^{2021} - [2 - (-1)^{2021}] \div \frac{3}{2} \times \left(-\frac{2}{3} \right);$$

$$(2) (-2)^2 - |-7| + 3 - 2 \times \left(-\frac{1}{2} \right);$$

$$(3) -2^2 - \left[-5 + 15 \times \frac{3}{5} \div (-3)^2 \right];$$

$$(4) -4 \div 2 + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) \times 24 - (-2)^3;$$

$$(5) -13 \frac{1}{2} \times \left(1 \frac{1}{4} - 2 \frac{11}{12} \right) \div (-0.5) \div \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \times [(-2)^2 - 2^2];$$

$$(6) (-1)^{2020} + (-5) \times [(-2)^3 + 2] - (-4)^2 \div \left(-\frac{1}{2} \right);$$

$$(7) \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \right) \times 24 - 3^2;$$

$$(8) -5 \frac{1}{4} - 2^2 \div \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + 3 \times \left(-\frac{3}{4} \right) \right] \div (-4);$$

$$(9) (-2)^3 + (-3) \times [(-4)^2 + 2] - (-3)^2 \div (-2);$$

$$(10) (2020 \cdot \text{重庆万州期末}) \left(-\frac{9}{14} + 1 \frac{2}{7} - \frac{5}{21} \right) + \left(-\frac{1}{42} \right) + \frac{3}{2} \times |-1^{10} - (-3)^2|.$$



1.5.2 科学记数法

知识导航

科学记数法

把一个绝对值大于 10 的数表示成 $a \times 10^n$ 的形式(其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为正整数),这种记数法称为科学记数法.其方法是:

- (1) 确定 a : a 是只有一位整数的数;
- (2) 确定 n : n 为正整数,等于原数的整数位数减 1.

典例导思

题型一 用科学记数法表示绝对值大于 10 的数

例 1 把下列各数用科学记数法表示出来:

- (1) 400 320; (2) -537.46; (3) 700 000.

[分析] 改写形式时,需要注意两点:① a 是整数部分只有一位的数,即 $1 \leq |a| < 10$,当 $a=1$ 时,可以省略不写;② n 比该数的整数位数少 1.

[试一试]

[方法提炼] (1) 用科学记数法表示一个负数时,先写出它的相反数的形式,再添加负号就可以了. (2) 熟记:1 万 = 10^4 , 1 亿 = 10^8 .

跟踪训练

1. (2020·温州) 原子钟是以原子的规则振动为基础的,各种守时装置的统称,其中氢脉泽钟的精度达到了 1 700 000 年误差不超过 1 秒. 数据 1 700 000 用科学记数法表示为 ()
A. 17×10^5 B. 1.7×10^6 C. 0.17×10^7 D. 1.7×10^7
2. (2020·重庆 B 卷) 经过多年的精准扶贫,截至 2019 年底,我国的农村贫困人口减少了约 94 000 000 人. 请把数 94 000 000 用科学记数法表示为 _____.

题型二 写出科学记数法所表示数的原数

例 2 下列用科学记数法表示的数,原来各是什么数?

- (1) 2×10^3 ; (2) 3.15×10^4 ; (3) -5.725×10^7 .

[分析] 要求原来的数,可以先把科学记数法表示的 10^n 部分化为整数,然后与 a 相乘,或直接把 a 的小数点向右移动 n 位.

[试一试]

[规律点拨] 要写出用科学记数法表示的数的原数,10 的指数是多少,就将小数点向右移动多少位. 例如 6.18×10^3 ,10 的指数是 3,就将 6.18 的小数点向右移动 3 位,即 6 180.

跟踪训练

3. (2019·潍坊) “十三五”以来,我国启动实施了农村饮水安全巩固提升工程. 截至去年 9 月底,各地已累计完成投资 1.002×10^{11} 元. 数据 1.002×10^{11} 可以表示为 ()
A. 10.02 亿 B. 100.2 亿 C. 1 002 亿 D. 10 020 亿
4. 某企业今年的营业额用科学记数法表示为 -2.3×10^3 万元,则原数为 _____ 万元.

题型三 用科学记数法表示实际问题的结果

例 3 我国研制的某种超级计算机每秒可做 1.2×10^{12} 次运算,用科学记数法表示它工作 8 分钟可以多少次运算?

[分析] 先列式 $1.2 \times 10^{12} \times (60 \times 8)$ 求出这种计算机工作 8 分钟所做的运算次数,再把结果写成科学记数法的形式.

[试一试]

跟踪训练

5. 据测算,我国每天因土地沙漠化造成的经济损失为 1.5 亿元,若一年按 365 天计算,我国一年因土地沙漠化造成的经济损失为多少元? 请用科学记数法表示出来.

课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. (2020·重庆 A 卷) 在今年举行的第 127 届“广交会”上,有近 26 000 家厂家进行“云端销售”,其中数据 26 000 用科学记数法表示为 ()
A. 26×10^3 B. 2.6×10^3
C. 2.6×10^4 D. 0.26×10^5
2. 一条关于数学学习方法的微博被转发了 30 000 次,这个数字用科学记数法表示为 3×10^n ,则 n 的值是 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

3. 一个整数 815550...0 用科学记数法表示为 8.1555×10^{10} , 则原数中“0”的个数为 ()

- A. 4 B. 6 C. 7 D. 10

4. (2020 · 绍兴) 某自动控制器的芯片, 可植入 2 020 000 000 粒晶体管, 这个数字 2 020 000 000 用科学记数法可表示为 ()

- A. 0.202×10^{10} B. 2.02×10^9
C. 20.2×10^8 D. 2.02×10^8

5. (2020 · 重庆渝中区二模) 为阻击新冠疫情, 我国在 10 天内建成了一所建筑面积约为 34 000 平方米的“火神山”医院, 被世界称赞为“中国速度”, 其中 34 000 这个数用科学记数法的表示为 _____.

6. 用科学记数法表示下列各数:

- (1) 2 730 = _____;
(2) 7 531 000 = _____;
(3) 10 530 000 = _____;
(4) -366 000 = _____.

7. 写出下列用科学记数法表示的数的原数:

- (1) 4.59×10^4 = _____;
(2) -1.25×10^5 = _____;
(3) 6.28×10^8 = _____.

8. 我国最新研制的巨型计算机“曙光 3 000 超级服务器”, 它的最大运算速度为每秒 403 200 000 000 次. 我国的载人飞船要在发射前后的 3 天内完成 3×10^{16} 次运算. 问这台计算机能否满足发射载人飞船的计算要求.

第二阶 能力跃升

9. 如图, 数轴上有 O, A, B 三点, O 为原点, OA, OB 分别表示仙女座星系、M87 黑洞与地球的距离(单位: 光年). 下列选项中, 与点 B 表示的数最为接近的是 ()



(第 9 题)

- A. 5×10^6 B. 10^7 C. 5×10^7 D. 10^8

10. 比较下列数的大小:(用“>”“<”或“=”号连接)

- (1) -3.7×10^7 _____ $-\frac{7}{2} \times 10^8$;
(2) 1.5×10^4 _____ 1.2×10^5 ;
(3) -1.49×10^4 _____ -2.58×10^3 .

11. 有关资料表明, 如果一个人刷牙的过程中一直开着水龙头, 将浪费约 2 500 mL 水.

- (1) 如果一家三口每天都像这样刷牙两次, 一年要浪费多少毫升水?(一年按 360 天计算)
(2) 如果每立方米的水按照 2 元计算, 这个家庭一年要浪费多少钱?
(3) 某城市约有 100 万这样的家庭, 如果所有的人在刷牙过程中都不关水龙头, 则一年要浪费多少水? 浪费多少钱?

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)



12. 先阅读, 再计算, 然后根据计算结果回答问题:

计算 $40\ 200\ 000 \times 300 = 12\ 060\ 000\ 000$ 可改写成
 $(4.02 \times 10^7) \times (3 \times 10^2) = 12.06 \times 10^9 = 1.206 \times 10^{10}$;
计算 $40\ 200\ 000\ 000 \div 2\ 000 = 20\ 100\ 000$ 可改写成
 $(4.02 \times 10^{10}) \div (2 \times 10^3) = 2.01 \times 10^7$.

(1) 仿照上式直接写出结果:

- ① $(1 \times 10^2) \times (2 \times 10^4) =$ _____;
② $(2 \times 10^4) \times (3 \times 10^7) =$ _____;
③ $(3 \times 10^7) \times (4 \times 10^4) =$ _____;
④ $(6 \times 10^{13}) \div (1.2 \times 10^4) =$ _____;
⑤ $(4.6 \times 10^{11}) \div (2.3 \times 10^6) =$ _____;

(2) 你发现 $(a \times 10^m) \times (b \times 10^n)$ 和 $(a \times 10^m) \div (b \times 10^n)$ 的算法有什么规律吗? 请试着归纳表述出你发现的规律;

(3) 用你发现的规律计算:

- ① $(8 \times 10^{12}) \times (-7.2 \times 10^6)$;
② $(-6.5 \times 10^3) \times (-1.2 \times 10^9)$;
③ $(-6.5 \times 10^{21}) \div (-1.3 \times 10^9)$.



1.5.3 近似数

知识导航

1. 一个数能表示原来物体或事件的实际数量,这个数称为准确数;一个数与准确数相近,这一个数称为近似数;而近似数与准确数之间的接近程度用精确度来表示.

2. 对一个准确数取近似数,常用四舍五入法.

典例导思

题型一 认识生活中的近似数和准确数

例 1 判断下列各题中哪些是准确数,哪些是近似数.

- ①某班有男生 32 人;
- ②张明的身高约为 1.62 m;
- ③取 π 为 3.14;
- ④九月份有 30 天;
- ⑤某次地震中,伤亡约为十万人;
- ⑥小红测得数学书的长度约为 21.0 cm.

[分析] 生活中的近似数主要表现为称量值、测量值、估计值等.

[试一试]

[方法提炼] 判断一个数是近似数还是准确数,要根据问题的实际意义,并抓住一些关键词,如“约”“估计”“大概”等来判断.

跟踪训练

1. 下列各个数字属于准确数的是 ()
 - A. 中国飞人刘翔在男子 110 米跨栏项目上的世界记录是 12 秒 88
 - B. 半径为 5 厘米的圆的周长是 31.5 厘米
 - C. 一只没洗干净的手,约带有各种细菌 3.9 亿个
 - D. 我国目前共有 34 个省市、自治区及行政区
2. 下列问题中,出现近似数的是 ()
 - A. 小华今年 13 岁
 - B. 小兵的书桌高 1.2 m
 - C. 小明的文具盒里有 5 支笔
 - D. $\frac{1}{2} = 0.5$

题型二 精确度的确定

例 2 下列由四舍五入得到的近似数,各精确到哪一位?

- (1) 3 200; (2) 2.0 万; (3) 20.060; (4) 3.023×10^6 .

[分析] ①精确度是表示近似数近似的程度,一般地,用四舍五入法取得的近似数,取到哪一位就说精确到哪一位;②要注意用 $a \times 10^n$ (科学记数法) 表示的数中精确度为 a 中最末一位数字在原数中处的数位. 在确定精确度时,特别要注意 (2) (4) 两种类型,这两类确定方法基本一致.

[试一试]

[方法提炼] 对一些带有“万”“百”“千”等汉字单位的近似数,其精确度的确定类似于科学记数法,如“8.0 亿”精确到千万位.

跟踪训练

3. (2019 · 河北模拟) 近似数 1.23×10^3 精确到 ()
 - A. 百分位 B. 十分位 C. 个位 D. 十位
4. 下列是由四舍五入法得到的近似数,各精确到哪一位?
 - (1) 132.4; (2) 0.057 2; (3) 2.40 万; (4) 3 000.

题型三 按要求取近似数

例 3 用四舍五入法对下列各数取近似数:

- (1) 78.9 (精确到个位);
- (2) 0.853 (精确到十分位);
- (3) 27.564 4 (精确到 0.001);
- (4) 12 345 678 (精确到万位);
- (5) 0.080 49 (精确到千分位);
- (6) 6.09×10^4 (精确到千位).

[分析] 对一个数取近似数需分两步,一是找准在原数上需要近似到的数位,二是对这个数位后面的数进行四舍五入. 如果是精确到不是个位的整数数位,还要用科学记数法表示近似数.

[试一试]

[知识拓展] 四舍五入是对要精确到那一位的后一位数进行的处理,例如 0.234 5 精确到百分位,应写成 0.23. 对于近似数 0.08 与 0.080,其精确度是不同的,0.08 精确到 0.01,其范围为 $0.075 \leq a < 0.085$,而 0.080 是精确到 0.001,其范围是 $0.079 5 \leq a < 0.080 5$. 故在近似数中,小数点后边末尾的零不能任意增减或不写.

跟踪训练

5. (2020 · 济宁) 用四舍五入法将数 3.141 59 精确到千分位的结果是 ()
 - A. 3.1 B. 3.14 C. 3.142 D. 3.141

6. 按括号里的要求,用四舍五入法对下列各数取近似数:

- (1) 1.804 (精确到个位);
(2) 3.504 6 (精确到百分位);
(3) 30 435 (精确到千位);
(4) 2.971×10^4 (精确到万位).

M 课时同步作业

第一阶 基础夯实

- 用四舍五入法将 130 542 精确到千位,正确的是 ()
A. 131 000 B. 0.131×10^6
C. 1.31×10^5 D. 13.1×10^4
- 下列说法错误的是 ()
A. 近似数 0.230 0 精确到万分位
B. 近似数 1.6 与 1.60 的意义不同
C. 近似数 1.2 万精确到十分位
D. 近似数 6 950 精确到千位是 7×10^3
- (2020 · 重庆育才中学期末) 近似数 2.70 所表示的精确值 x 的取值范围是 ()
A. $2.695 \leq x < 2.705$ B. $2.60 \leq x < 2.8$
C. $2.695 < x \leq 2.705$ D. $2.700 < x \leq 2.705$
- 下列实际问题中出现的数据: ①月球与地球之间的平均距离约是 38 万千米; ②某书的定价是 4.50 元; ③小明的身高是 1.58 m; ④我国有 56 个民族. 其中, _____ 中的数据是准确数, _____ 中的数据是近似数. (填序号)
- 用四舍五入法对 0.063 98 取近似值, 精确到千分位是 _____.
- (1) (2020 · 重庆南开中学月考) 重庆常住人口约为 3 124.32 万人, 近似数 3 124.32 万精确到 _____ 位;
(2) 用四舍五入法得到的近似数 4.0×10^3 精确到 _____ 位.
- 用四舍五入法对下列各数取近似数:
(1) 1.856 8 (精确到 0.01);
(2) 15.449 (精确到个位);
(3) 120.56 (精确到十分位);
(4) 35 081 (精确到百位).
- 向月球发射无线电波, 无线电波到月球并返回地面需要 2.57 s, 已知无线电波每秒传播 3×10^5 km, 地球与月球之间的距离约为多少千米? (精确到 1 万千米)

第二阶 能力跃升

- 下列说法不正确的是 ()
A. 近似数 1.8 与 1.80 表示的意义不同
B. 近似数 0.067 0 精确到万分位
C. 近似数 5.449 精确到十分位是 5.5
D. 近似数 1.75 万精确到千位是 1.8 万
- 对非负有理数 x 四舍五入到个位的值记为 $\langle x \rangle$. 例如: $\langle 0 \rangle = \langle 0.48 \rangle = 0$, $\langle 0.64 \rangle = \langle 1.493 \rangle = 1$, $\langle 18.75 \rangle = \langle 19.499 \rangle = 19$, ...
解决下列问题:
(1) $\langle \pi \rangle =$ _____ (π 为圆周率);
(2) 如果 $\langle 2x - 1 \rangle = 3$, 则有理数 x 有最 _____ (填“大”或“小”) 值, 这个值为 _____.
- 车工小王加工生产了两根轴, 当它把轴交给质检员验收时, 质检员说: “不合格, 作废!” 小王不服气地说: “图纸要求精确到 2.60 m, 一根为 2.56 m, 另一根为 2.62 m, 怎么不合格?”
(1) 图纸要求精确到 2.60 m, 原轴的范围是多少?
(2) 你认为是小王加工的轴不合格, 还是质检员故意刁难?

第三阶 思维拓展

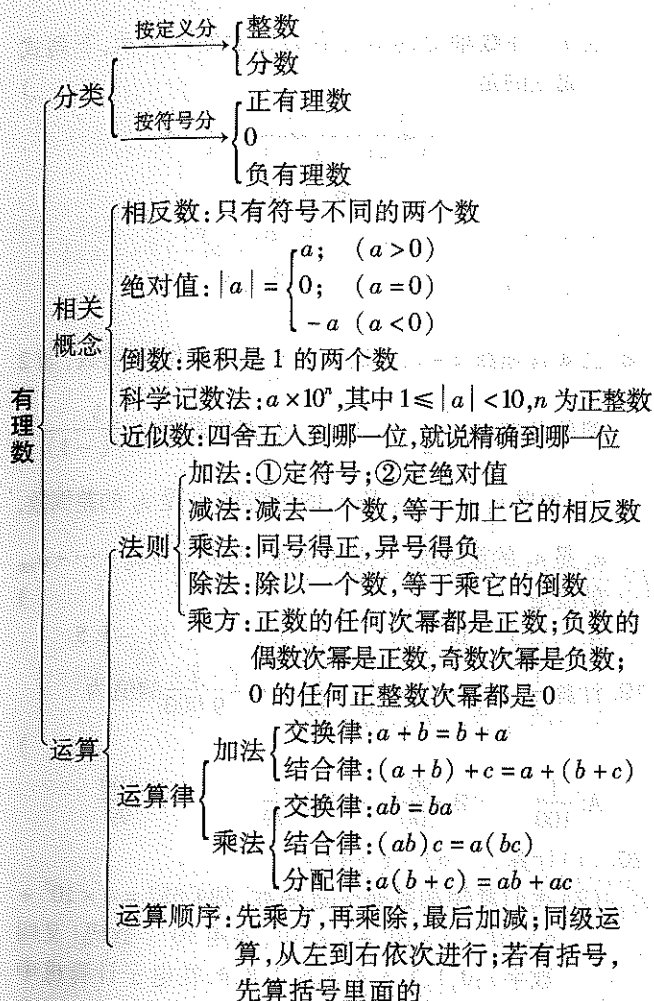
(供学有余力的同学选用)

- 如果一个实际数的真实值为 a , 近似数为 b , 则 $|a - b|$ 称为绝对误差, $\frac{|a - b|}{a}$ 称为相对误差, 如果某本书实际长 20.45 cm, 第一次测量精确到厘米, 第二次测量精确到毫米, 求两次测量所产生的绝对误差和相对误差.



《有理数》章末考点复习与小结

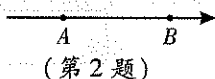
知识网络



考点突破

考点一 有理数的有关概念

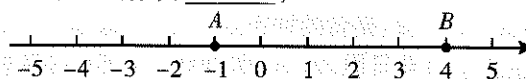
- (2020·成都七中月考) 在 $0, -2, 5, \frac{1}{4}, -0.3$ 中, 负数的个数是 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 如图, 两个实数互为相反数, 在数轴上的对应点分别是点 A, B, 则下列说法正确的是 ()
A. 原点在点 A 的左边
B. 原点在线段 AB 的中点处
C. 原点在点 B 的右边
D. 原点可以在点 A 或点 B 上
- 下列说法中, 不正确的是 ()
A. 0 既不是正数, 也不是负数
B. 0 的绝对值是 0
C. 一个有理数不是整数, 就是分数
D. 1 是绝对值最小的数



- 若 a, b 是两个有理数, 则下列结论: ①如果 $a = b$, 那么 $|a| = |b|$; ②如果 $|a| = |b|$, 那么 $a = b$; ③如果 $a \neq b$, 那么 $|a| \neq |b|$; ④如果 $|a| \neq |b|$, 那么 $a \neq b$. 其中一定正确的有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

- (1) 若零上 8°C 记作 $+8^\circ\text{C}$, 则零下 6°C 记作 _____;

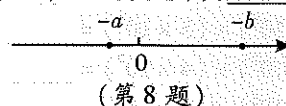
- (2) 如图, 在数轴上, 点 A 表示的数为 -1 , 点 B 表示的数为 4 , 点 C 是点 B 关于点 A 的对称点, 则点 C 表示的数为 _____;



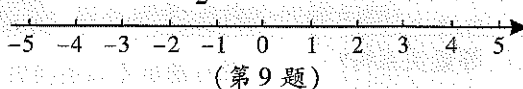
- (3) -17 的相反数是 _____;
- (4) 若 $|m - 2| = 1$, 则 $m =$ _____;
- (5) $695\ 609$ 精确到百位是 _____.
- 已知数轴上三点 M, O, N 对应的数分别为 $-3, 0, 1$, 点 P 为数轴上任意一点, 其对应的数为 x .
(1) 如果点 P 到点 M, N 的距离相等, 那么 x 的值是 _____;
- (2) 数轴上是否存在点 P, 使点 P 到点 M, N 的距离之和是 5? 若存在, 请直接写出 x 的值; 若不存在, 请说明理由.

考点二 有理数的大小比较

- 下列各数中, 最大的数是 ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 0 D. -2
- 若有理数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则用“ $<$ ”号把 $a, b, -a, -b$ 连接起来为 _____.



- 把下列各数在数轴上表示出来, 并用“ $<$ ”号连接起来: $3.5, -4, 0, 2, -\frac{1}{2}, |-5|, (-1)^2$.



考点三 绝对值和偶次幂的非负性

10. 已知 x, y 均为有理数, 且 $(x+1)^4 + \left|y + \frac{1}{2}\right| = 0$, 则

$x^{2021} - xy$ 的值为 _____.

11. 已知 $(a+2)^2$ 与 $|b+1|$ 互为相反数, 求 $(a-b)^{2020}$ 的值.

考点四 科学记数法与近似数

12. (2020 · 自贡) 5月22日晚, 中国自贡第26届国际恐龙灯会开启网络直播, 有着近千年历史的自贡灯会进入“云游”时代, 70余万人通过“云观灯”感受了“天下第一灯”的璀璨. 人数700 000用科学记数法表示为 _____.

A. 70×10^4 B. 0.7×10^7 C. 7×10^5 D. 7×10^6

13. 下列说法中: ①近似数7.4与7.40是一样的; ②近似数8.0精确到十分位; ③近似数9.60精确到百分位; ④由四舍五入得到的近似数 6.96×10^4 精确到百分位. 正确的有 _____.

A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

14. (2020 · 黔东南) 2020年以来, 新冠肺炎横行, 全球经济遭受巨大损失, 人民生命安全受到巨大威胁. 截止6月份, 全球确诊人数约3 200 000人, 其中3 200 000用科学记数法表示为 _____.

15. 先计算, 然后根据计算结果回答问题:

(1) 计算:

① $(1 \times 10^2) \times (3 \times 10^3) =$ _____;

② $(2 \times 10^4) \times (3 \times 10^6) =$ _____;

③ $(3 \times 10^7) \times (4 \times 10^7) =$ _____;

④ $(4 \times 10^5) \times (5 \times 10^{10}) =$ _____;

(2) 已知式子 $(a \times 10^n) \times (b \times 10^m) = c \times 10^p$ 成立, 其中 a, b, c 均为大于1或等于1而小于10的数, m, n, p 均为正整数, 你能说出 m, n, p 之间存在的等量关系吗?

考点五 有理数的运算

16. 下列各数中, 是负数的是 _____.

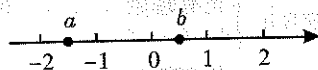
A. $-(-2)$

B. $-|-2|$

C. $(-2)^2$

D. $-(-2^2)$

17. 数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列式子成立的是 _____.



(第17题)

A. $a > b$

B. $|a| < |b|$

C. $a + b > 0$

D. $\frac{a}{b} < 0$

18. 已知有理数 $a \neq 1$, 我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数, 如2

的差倒数是 $\frac{1}{1-2} = -1$, -1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)} =$

$\frac{1}{2}$. 如果 $a_1 = -2$, a_2 是 a_1 的差倒数, a_3 是 a_2 的差倒数,

a_4 是 a_3 的差倒数, ..., 以此类推, 那么 $a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$ 的值是 _____.

A. -7.5

B. 7.5

C. 5.5

D. -5.5

19. 计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9900}$ 的值为 _____.

A. $\frac{1}{100}$

B. $\frac{99}{100}$

C. $\frac{1}{99}$

D. $\frac{100}{99}$

20. (1) 计算: $(-6) - (+4) =$ _____;

(2) 我们常用的数是十进制数, 如 $4\ 657 = 4 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0$, 要用10个数码(又叫数字): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 在电子计算机中用的二进制, 只要两个数码: 0和1, 如二进制中 $110 = 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ 等于十进制中的数6, $110\ 101 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制中的数53. 那么二进制中的数 $101\ 011$ 转化为十进制中的数为 _____.

(提示: $2^0 = 1$)

21. 计算:

(1) $4 \times (-3) \div \left(-\frac{1}{2}\right)$;



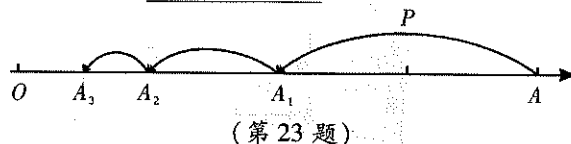
(2) $0.25 + \left(-\frac{1}{8}\right) + \left(-\frac{7}{8}\right) - \left(+\frac{3}{4}\right)$;

(3) $|-7| - 24 \times \left(\frac{11}{6} - \frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right)$;

(4) $99\frac{98}{99} \times (-3)$.

23. 数轴上 O, A 两点的距离为 4, 一动点 P 从点 A 出发, 按以下规律跳动: 第 1 次跳动到 AO 的中点 A_1 处, 第 2 次从 A_1 点跳动到 A_1O 的中点 A_2 处, 第 3 次从 A_2 点跳动到 A_2O 的中点 A_3 处. 按照这样的规律继续跳动到点 $A_4, A_5, A_6, \dots, A_n (n \geq 3, n \text{ 是整数})$ 处, 那么线段

$A_n A$ 的长度为 $\frac{4}{2^n}$. ($n \geq 3, n \text{ 是整数}$)



24. (2020 · 重庆巴蜀中学月考) 股民王晓宇上周五在股市以收盘价 (股市收市时的价格) 每股 24 元购买进某公司股票 1 000 股. 周六、周日股市不交易, 在接下来的一周交易日内, 王晓宇记下该股票每日收盘价格相比前一天的涨跌情况如下表: (涨记作 “+”, 跌记作 “-”)

星期	一	二	三	四	五
每股涨跌 (元)	+4	-1.5	+1	+2	-0.5

- (1) 星期三收盘时, 每股是多少元?
 (2) 已知王晓宇买进股票时付了 1.5% 的手续费, 卖出时需付成交额 1.5% 的手续费和 1% 的交易税, 如果他在星期五收盘前将全部股票卖出, 他的收益情况如何?

考点六 有理数运算的应用

22. 东京、伦敦与北京的时差如下表 (正数表示在同一时刻比北京时间早的时数, 负数表示在同一时刻比北京时间晚的时数):

城市	东京	伦敦
时差/时	+1	-7

当北京时间为 8 月 27 日 14 时时, 东京、伦敦的时间分别是

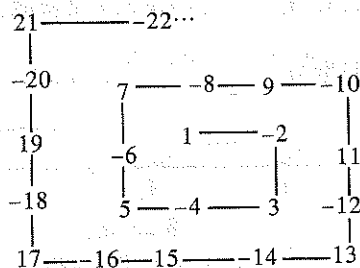
- A. 8 月 27 日 15 时; 8 月 27 日 21 时
 B. 8 月 27 日 15 时; 8 月 27 日 7 时
 C. 8 月 27 日 13 时; 8 月 27 日 21 时
 D. 8 月 27 日 13 时; 8 月 27 日 7 时

考点七 与有理数有关的规律问题

25. 让我们按以下步骤计算:

第一步: 取一个自然数 $n_1 = 5$, 计算 $n_1^2 + 1$ 得 a_1 ;
 第二步: 算出 a_1 的各位数字之和得 n_2 , 计算 $n_2^2 + 1$ 得 a_2 ;
 第三步: 算出 a_2 的各位数字之和得 n_3 , 计算 $n_3^2 + 1$ 得 a_3 ;
 依此类推, 则 a_{2021} 的值为 ()
 A. 26 B. 65 C. 122 D. 无法计算

26. (2020·重庆巴蜀中学月考)如图所示,有一个数字迷宫, -2 在迷宫的第 1 个拐角, 3 在第 2 个拐角, 5 在第 3 个拐角, 7 在第 4 个拐角, ..., 那么第 101 个拐角是_____.



(第 26 题)

27. 观察下面三行数:

$$-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots \text{①}$$

$$0, 6, -6, 18, -30, 66, \dots \text{②}$$

$$5, -1, 11, -13, 35, -61, \dots \text{③}$$

(1) 第①行数的第 7 个数是_____;

(2) 设第②行数中有一个数为 a , 第③行数中对应位置的数为 b , 则 a 和 b 之间等量关系为_____.

设第①行数的第 n 个数为 x , 取每行的第 n 个数, 这三个数的和是_____;

(3) 根据(2)中的结论, 若取每行的第 9 个数, 计算这三个数的和.

易错专题:《有理数》中的易错题

类型一 对有理数的概念模糊

- 下列说法正确的是 ()
A. 有最小的负整数, 有最大的正整数
B. 有最小的负数, 没有最大的正数
C. 有最大的负数, 没有最小的正数
D. 没有最大的有理数和最小的有理数
- 下列说法正确的是 ()
A. 绝对值等于它本身的数是正数和零
B. 任何有理数都有倒数
C. 立方等于它本身的数只有 1 和 0
D. 正整数和负整数统称为整数
- 比较 $3a$ 与 a 的大小, 正确的是 ()
A. $3a > a$ B. $3a = a$
C. $3a < a$ D. 上述情况都有可能
- 把下列各数填在相应的大括号中:
 $8, -17, \frac{22}{7}, 3.1415, 0, -\frac{3}{5}, \pi, 9, 2\ 020, -2, \frac{1}{2}, -0.3.$

(1) 整数集合: { };

(2) 正整数集合: { };

(3) 非负整数集合: { };

(4) 正分数集合: { };

(5) 负分数集合: { };

(6) 非正数集合: { };

类型二 绝对值问题中易忽视负数和 0

- 下列说法正确的是 ()
A. $-|a|$ 一定是负数
B. 只有两个数相等时它们的绝对值才相等
C. 若 $|a| = |b|$, 则 a 与 b 互为相反数
D. 若一个数小于它的绝对值, 则这个数是负数
- 如果 $|-2a| = -2a$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $a > 0$ B. $a \geq 0$ C. $a \leq 0$ D. $a < 0$
- 若 $|x-5| = 5-x$, 则下列不等式成立的是 ()
A. $x-5 > 0$ B. $x-5 < 0$ C. $x-5 \geq 0$ D. $x-5 \leq 0$

类型三 精确度理解不透彻

- 下列说法正确的是 ()
A. 0.720 精确到百分位
B. 5.078×10^4 精确到千分位
C. 36 万精确到个位
D. 2.90×10^5 精确到千位



9. 信息时代,“网上冲浪”已成为人们生活中不可缺少的一部分,有关报告显示,截至2020年3月,我国网民数已突破9亿人,下面关于“9亿”的说法错误的是 ()

A. 这是一个精确数
B. 这是一个近似数
C. 9亿用科学记数法可表示为 9×10^8
D. 9亿精确到亿位

类型四 多解时漏解

10. 已知点A是数轴上的一点,且点A到原点的距离为2,把点A沿数轴向右移动5个单位长度得到点B,则点B表示的有理数是 ()
A. 7 B. -3 C. 7或3 D. -7或-3
11. 若 $a = -5$, $|a| = |b|$, 则b的值为 ()
A. +5 B. -5 C. 0 D. ± 5
12. 已知 $|a| = 8$, $|b| = 5$, 且 $|a+b| = a+b$, 则 $a-b =$ _____.
13. 数轴上有A, O, B三点, 点O为原点, 点A与原点O的距离为1, 点B表示的数是3, 则点A, B的中点表示的数是 _____.
14. 已知 $|x+1| = 4$, $(y+2)^2 = 4$, 则 $x+y$ 的值为 _____.

学习笔记:

类型五 运算法则、运算顺序及符号错误

15. 下列各数 $(-7)^2$, -7^4 , 0 , $-|-7|$, $-(-7)$, $(-7)^3$ 中, 负数有 ()
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
16. 算式 $(-3\frac{3}{4}) \times 4$ 可以化为 ()
A. $-3 \times 4 - \frac{3}{4} \times 4$ B. $-3 \times 4 + 3$
C. $-3 \times 4 + \frac{3}{4} \times 4$ D. $-3 \times 3 - 3$
17. (1) $-2^4 =$ _____; (2) $\frac{3^2}{2} =$ _____;
(3) 若 $x^2 = 25$, 则 $x =$ _____.

18. 计算:

$$(1) \frac{4}{7} + \frac{3}{7} \times \left(-2\frac{1}{3}\right);$$

$$(2) \frac{1}{60} \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right);$$

$$(3) -1^4 - (1-0.5)^2 \times \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2];$$

$$(4) -5^2 - \left[-4 - \left(1 - 0.2 \times \frac{1}{5}\right) \div (-2)\right].$$

2.1 整式

第1课时 用含字母的式子表示数量关系

知识导航

1. 用字母表示数的意义

用字母表示符合条件或性质的一类数,可以表示这些数的共同性质、运算性质和法则.

2. 用字母表示数,字母和数一样可以参与_____,可以用式子把_____简明地表示出来.

3. 含有字母的式子的书写规则

(1) 数和表示数的字母相乘,乘号可以省略不写,或用“ $\cdot$ ”来代替;数和字母相乘,在省略乘号时,要把数字写在字母的前面.如 $n \times 2$ 写成 $2n$,又如 $v \times t$ 应写成 $v \cdot t$ 或 vt .

注意:数与数相乘不能省略乘号“ $\times$ ”.

(2) 在除法算式中,要写成分数的形式,被除数作分子,除数作分母,“ $\div$ ”号转化为分数线.如 $4 \div (a-1)$ 应写成 $\frac{4}{a-1}$,又如 $s \div t$ 应写成 $\frac{s}{t}$.

(3) 字母与字母相乘时一般按英文字母顺序书写.如 $a \times b$ 通常写成 ab .

(4) 带分数与字母相乘时,带分数要写成假分数的形式.如 $1\frac{1}{2} \times b$ 不能写成 $1\frac{1}{2}b$,要写成 $\frac{3}{2}b$.

(5) 当1或-1与字母相乘时,“1”省略不写.如 $1 \times a$ 直接写成 a .

(6) 后面接“单位”的“相加式子”或“相减式子”要用括号括起来.如 $(x+y)$ 元, $(a-5)$ 千米.

(7) 字母与字母相乘时,相同字母写成幂的形式.如 $a \times a \times a$ 应写成 a^3 .

典例导思

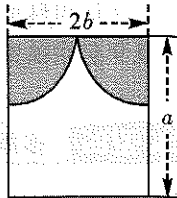
题型一 用含有字母的式子表示数量关系

例1 (1) 某服装原价为 a 元,降价10%后的价格为_____元;

(2) 随着计算机技术的迅猛发展,电脑价格不断降低,某种品牌电脑原售价为 n 元,现按原售价降低 m 元后,又降低10%,那么该电脑的现售价为_____元;

(3) 有 a 名男生和 b 名女生在社区做义工,他们为建花坛搬砖.男生每人搬了40块,女生每人搬了30块.这 a 名男生和 b 名女生一共搬了_____块砖;

(4) 矩形窗户上的装饰物如图所示,它是由半径均为 b 的两个四分之一圆组成,则能射进阳光部分的面积是_____.



[分析] (1) 由已知可得,降价10%后的价格为原价的 $(1-10\%)$,即 $(1-10\%)a$ 元;
(2) 由题意可知电脑第一次降价后的售价为 $(n-m)$ 元,则现售价为 $(n-m) \times (1-10\%)$; (3) 男生每人搬了40块砖,共有 a 名男生,所以男生搬运的砖数是 $40a$ 块;女生每人搬了30块砖,共有 b 名女生,所以女生搬运的砖数是 $30b$ 块,男、女生共搬运的砖数是 $(40a+30b)$ 块; (4) 能射进阳光部分的面积 = 长方形的面积 - 两个半径为 b 的四分之一圆的面积.

[知识总结] 用含字母的式子表示数量关系的书写要求:①数与字母、字母与字母之间的乘号一般省略不写;②数与字母相乘,数写在前,字母写在后;③式子中出现除法时,一般写成分数的形式;④带分数与字母相乘时,需把带分数化为假分数;⑤实际问题需要带单位时,若式子是和或差的形式,应将整个式子用括号括起来,再写单位,如 $(a+b)$ 千克.

跟踪训练

1. 我们知道,用字母表示的代数式是具有实际意义的.请仔细分析下列赋予“ $3a$ ”实际意义的例子,其中不正确的是_____.

A. 若葡萄的价格是3元/千克,则 $3a$ 表示买 a 千克葡萄的价格

B. 若 a 表示一个等边三角形的边长,则 $3a$ 表示这个等边三角形的周长

C. 某商品打九折后价格为 a 元,则原价为 $\frac{10a}{9}$ 元

D. 若3和 a 分别表示一个两位数中的十位数字和个位数字,则 $3a$ 表示这个两位数

2. 用式子表示“ x 的2倍与 y 的平方”是_____.

A. $2(x+y)^2$

B. $2x+y^2$

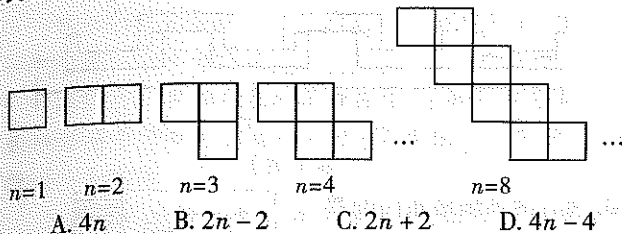
C. $2x^2+y^2$

D. $(2x+y)^2$

3. 某服装店,第一天销售了 a 件,第二天的销售量比第一天的2倍少12件,第二天销售了_____件.

题型二 用含有字母的式子表示规律问题

例2 (1)把边长为1的正方形按如图所示的方式排列,则第 n 个图形的周长用含 n (n 为正整数)的式子表示为 ()



(2)一组按规律排列的式子: $a^2, \frac{a^4}{3}, \frac{a^6}{5}, \frac{a^8}{7}, \dots$,则第

n 个式子是 () (n 为正整数)

(3)(2019·滨州)观察下面一组数: $a_1 = \frac{1}{3}, a_2 =$

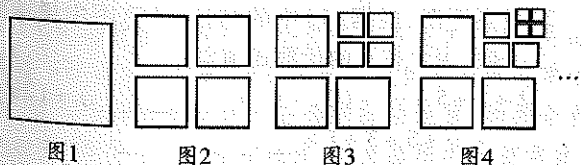
$\frac{3}{5}, a_3 = \frac{6}{9}, a_4 = \frac{10}{17}, a_5 = \frac{15}{33}, \dots$,它们是按一定规律排列

的,请利用其中规律,写出第 n 个数 $a_n =$ (用含 n 的式子表示)

[分析] (1)采用验证法或分析图形构造可知周长每次增加2,从而得出答案;(2)分别找出分子、分母的规律即可得解;(3)观察这一组数,发现分母分别为3,5,9,17,33,...,可知规律为 2^n+1 ;分子分别为1,3,6,10,15,...,可知规律为 $\frac{n(n+1)}{2}$,即可求解.

跟踪训练

4. 将图1中的正方形剪开得到图2,图2中共有4个正方形;将图2中一个正方形剪开得到图3,图3中共有7个正方形;将图3中一个正方形剪开得到图4,图4中共有10个正方形...如此下去,则第8个图中共有正方形的个数为 ()



(第4题)

A. 20 B. 22 C. 24 D. 26

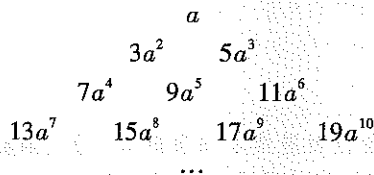
5. 按一定规律排列的一组数依次为: $-\frac{a^2}{2}, \frac{a^5}{5}, -\frac{a^8}{10}, \frac{a^{11}}{17}, \dots$,按此规律排列下去,这组数中的第 n 个数是

($a \neq 0, n$ 为正整数)

课时同步作业

第一阶 基础夯实

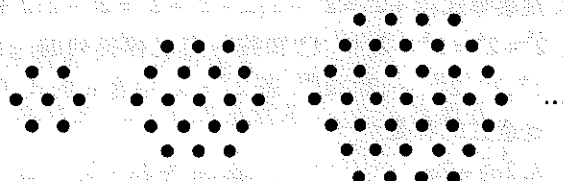
- (2020·重庆南开中学期中)下列式子书写正确的是 ()
A. $m \div 3$ B. $1 \frac{1}{2}ab$ C. $5 \times a$ D. $(a+2b)$ 元
- 一辆货车送货上山,并按原路下山.上山速度为 a 千米/时,下山速度为 b 千米/时.则货车上、下山的平均速度为 ()
A. $\frac{1}{2}(a+b)$ 千米/时 B. $\frac{ab}{a+b}$ 千米/时
C. $\frac{a+b}{2ab}$ 千米/时 D. $\frac{2ab}{a+b}$ 千米/时
- (2020·重庆八中期中)近年来国家针对部分药品进行了改革,看病贵将成为历史.据调查,某种原价格为345元的药品进行了两次降价,第一次降价15%,第二次降价 $x\%$,则该药品两次降价后的价格为 ()
A. $345(1-15\%)(1+x\%)$ 元
B. $345(1-15\%)(1-x\%)$ 元
C. $\frac{345}{(1+15\%)(1+x\%)}$ 元
D. $\frac{345}{(1+15\%)(1-x\%)}$ 元
- (2020·重庆育才中学期中)如图是有规律的图案,则第7排从左至右数第3个式子是 ()



(第4题)

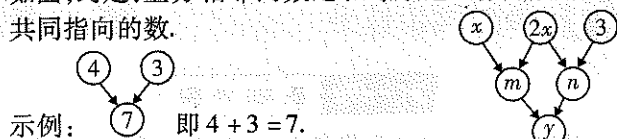
A. $49a^{23}$ B. $47a^{24}$ C. $45a^{24}$ D. $45a^{23}$

- (1)原价为 a 元的书包,现按8折出售,则售价为 元;
- (2)某文具店二月份共销售各种水笔 a 支,三月份销售各种水笔的支数比二月份增长了10%,那么该文具店三月份共销售各种水笔 支;
- (3)如图是用棋子摆成的图案,摆第1个图案需要7枚棋子,摆第2个图案需要19枚棋子,摆第3个图案需要37枚棋子,按照这样的方式摆下去,则摆第 n 个图案需要 枚棋子.



[第5(3)题]

6. 如图,约定:上方相邻两数之和等于这两数下方箭头共同指向的数.



示例: 7 即 $4+3=7$.

(1) 用含 x 的式子表示 $m =$ _____; (第6题)

(2) 当 $y = -2$ 时, n 的值为 _____.

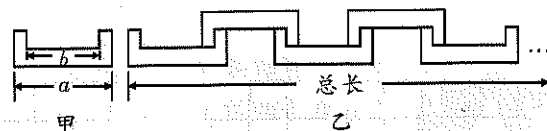
7. 某市居民生活用水实行“阶梯水价”收费,具体收费标准见下表:

每户每月用水量	水费(单位:元/吨)
不超过 20 吨	1.65
超过 20 吨但不超过 30 吨的部分	2.48
超过 30 吨的部分	3.3

例:甲用户 7 月份用水 25 吨,应缴水费为 $1.65 \times 20 + 2.48 \times (25 - 20) = 45.4$ (元).

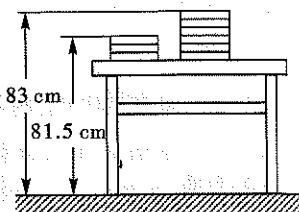
- (1) 乙用户 7 月份用水 10 吨,则应缴水费 _____ 元;
 (2) 丙用户 7 月份应缴水费 64.4 元,则用水 _____ 吨;
 (3) 丁用户 7、8 两个月共用水 60 吨(7 月份用水量超过了 8 月份),设 8 月份用水 a 吨,丁用户 7、8 月份各应缴水费多少元?(用含 a 的代数式表示)

9. 如图甲所示的图形是一个轴对称图形,且每个角都是直角,长度如图所示,小明按图乙所示方法玩拼图游戏,两两相扣,相互间不留空隙,那么小明用 9 个这样的图形拼出来的图形的总长度是 _____ (结果用含 a, b 的代数式表示).



(第9题)

10. 现有两摞规格相同的数学课本整齐地放在讲台课桌上,请根据图中所给出的数据信息,回答下列问题:



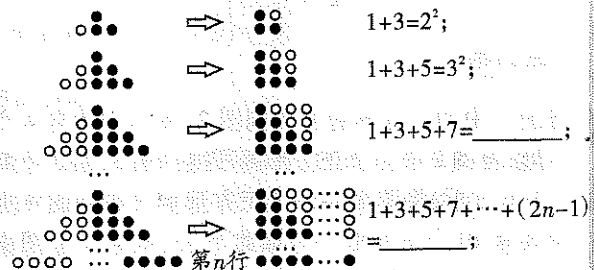
- (1) 每本数学课本的厚度为 _____ cm,课桌的高度为 _____ cm;
 (2) 当数学课本为 x 本时,叠放在同样课桌上的一摞数学课本高出地面的距离为 _____ cm. (用含 x 的式子表示)

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)



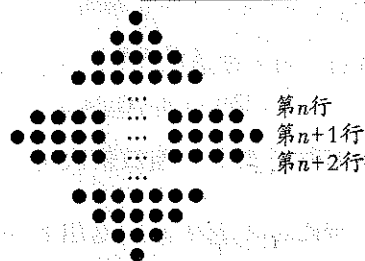
11. (1) 观察下列图形与等式的关系,并填空:



[第11(1)题]

- (2) 观察下图,根据(1)中的结论,计算图中黑球的个数,用含有 n 的代数式填空:

$$1+3+5+\dots+(2n-1)+(\quad)+(2n-1)+\dots+5+3+1=$$



[第11(2)题]

第二阶 能力跃升

8. 观察等式: $2+2^2=2^3-2$; $2+2^2+2^3=2^4-2$; $2+2^2+2^3+2^4=2^5-2$; ... 已知按一定规律排列的一组数: $2^{50}, 2^{51}, 2^{52}, \dots, 2^{99}, 2^{100}$. 若 $2^{50} = a$, 用含 a 的式子表示这组数的和是 _____ ()

- A. $2a^2 - 2a$ B. $2a^2 - 2a - 2$
 C. $2a^2 - a$ D. $2a^2 + a$



第2课时 单项式

知识导航

1. 单项式的定义

表示数或字母的_____的式子叫做单项式. 单独的一个数或一个字母也是_____.

注意: (1) 单项式包括三种类型: ① 数字与字母相乘或字母与字母相乘组成的式子; ② 单独的一个数; ③ 单独的一个字母.

(2) 单项式中不能含有加减运算, 但可以含有除法运算. 如: $\frac{st}{2}$ 可以写成 $\frac{1}{2}st$. 但若分母中含有字母, 如 $\frac{5}{m}$ 就不是单项式, 因为它无法写成数字与字母的乘积.

2. 单项式的系数与次数

单项式中的_____叫做这个单项式的系数. 一个单项式中, 所有_____叫做这个单项式的次数.

注意: (1) 当一个单项式的系数是 1 或 -1 时, “1” 通常省略不写.

(2) 圆周率 π 是常数, 单项式中出现 π 时, 应看作系数.

(3) 单项式的系数是带分数时, 通常写成假分数.

(4) 计算单项式的次数时要注意以下两点: ① 没有写指数的字母, 实际上其指数是 1, 计算时不能将其遗漏; ② 不能将数字的指数一同计算.

典例导思

题型一 单项式的定义与识别

例 1 在式子 $3, 4+a, a^2-b^2, -\frac{ab^2}{5}, \frac{a^2+b^2}{4}$ 中, 单项式的个数是 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

[分析] 式子 $4+a, a^2-b^2, \frac{a^2+b^2}{4}$ 中均含有加减运算.

[方法提炼] 判断一个式子是否是单项式, 关键是要看式子中的数与字母、字母与字母之间是否只有乘法运算、乘方运算和数字作为分母的除法运算, 如果含有其他运算, 那么它就不是单项式. 注意圆周率 π 是常数, 单独的一个字母或数也是单项式.

跟踪训练

1. (2020·重庆南开中学期中) 在式子 $-\frac{3x}{5}, 0, a, 2ab+b^2,$

$\frac{x}{\pi}, \frac{x+1}{2}$ 中, 单项式的个数为 ()

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

2. 按一定规律排列的单项式: $x^3, -x^5, x^7, -x^9, x^{11}, \dots$, 第 n 个单项式是 ()

- A. $(-1)^{n-1}x^{2n-1}$ B. $(-1)^n x^{2n-1}$
C. $(-1)^{n-1}x^{2n+1}$ D. $(-1)^n x^{2n+1}$

题型二 认识单项式的系数与次数

例 2 指出以下单项式的系数与次数:

- (1) $5ab^2$; (2) $-a^2b^2$; (3) abc ;
(4) $-3^2x^2y^2$; (5) $-\frac{4\pi x^2y}{5}$; (6) $-a$.

[分析] 单项式的数字因数即为“系数”, “系数”包括前面的“+”或“-”号. 另外, 当系数是“1”时, 通常省略不写; 系数是“-1”时, 只写“-”号即可. 单项式中, 所有字母的指数的和, 叫做这个单项式的次数. 特别地, π 虽然是字母, 但它表示一个具体的数, 是系数的一部分.

[试一试]

[误区点拨] (1) 单项式的系数包括前面的符号, 且只与数字因数有关, 而次数只与字母有关; (2) 确定一个单项式的次数时, 不要漏掉指数为 1 的字母, 也不要把系数的指数当作字母的指数.

跟踪训练

3. 关于单项式 $-\frac{3xy^2}{5}$ 的说法中, 正确的是 ()

- A. 系数是 $\frac{3}{5}$, 次数是 2
B. 系数是 $-\frac{3}{5}$, 次数是 3
C. 系数是 $\frac{3}{5}$, 次数是 3
D. 系数是 $-\frac{3}{5}$, 次数是 2

4. (1) 单项式 $-2^2x^2y^3$ 的系数是_____, 次数是_____;

(2) 单项式 $-\frac{2\pi xy^2}{3}$ 的系数是_____, 次数是_____.

课时同步作业

第一阶 基础夯实

- 单项式 $-5ab$ 的系数是 ()
A. 5 B. -5 C. 2 D. -2
- (2020 · 重庆一中月考) 在代数式 $5x^2 - x, x^2y, \frac{1}{x}, a + b$ 中, 是单项式的是 ()
A. $5x^2 - x$ B. x^2y C. $\frac{1}{x}$ D. $a + b$
- 如果单项式 $-xy^mz^n$ 和 $5a^4b^n$ 都是五次单项式, 那么 m, n 的值分别为 ()
A. $m=2, n=3$ B. $m=3, n=2$
C. $m=4, n=1$ D. $m=3, n=1$
- 下列关于单项式的说法中, 不正确的是 ()
A. x 是一次单项式
B. $-\frac{2x^2y}{5}$ 的系数是 -2
C. $3x^2y$ 的次数是 3
D. 单独的一个数也是单项式
- (1) $-\frac{1}{2}x^2y$ 是 _____ 次单项式;
(2) 单项式 $-3\pi x^6y$ 的系数是 _____, 次数是 _____ 次.
- (1) 若单项式 $-\frac{3x^4y}{5}$ 的系数是 m , 次数是 n , 则 mn 的值等于 _____;
(2) 若 $-\frac{1}{2}a^{2m}b^m$ 是一个六次单项式, 那么 m 的值是 _____.
- 填写下表:

单项式	$-10a$	mn^3	$-x^2yz^3$	$\frac{2^3ab^2}{5}$	$-3\pi^2x^4$
系数					
次数					

- 王老师到文体商店为学校购买排球, 排球单价为 a 元, 买 10 个以上 (包含 10 个) 按 8 折优惠, 列单项式表示:
(1) 购买 30 个排球应付多少元?
(2) 购买 b 个排球应付多少元?

第二阶 能力跃升

- 若 $(m-2)x^3y^{1m-31}$ 是关于 x, y 的四次单项式, 则 m 的值是 ()
A. 2 B. 4 C. 2 或 4 D. 不能确定
- (1) 写出系数为 5, 只含有 x, y, z 三个字母且次数为 4 的所有单项式, 它们分别是 _____;
(2) 若 $(a-4)x^2y^{1a-1} + (b+2)$ 是关于 x, y 的五次单项式, 则 $a^2 - 3ab + b^2$ 的值为 _____.
- 观察右边一组单项式: $x, -3x^2, 9x^3, -27x^4, \dots$
(1) 你发现了什么规律?
(2) 根据你发现的规律写出第 8 个单项式;
(3) 当 $x=1$ 和 $x=-1$ 时分别求出前 8 项的和.

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)

- 若 $3x^m y^n$ 是含有字母 x 和 y 的五次单项式, 求 m^n 的最大值.





第3课时 多项式

知识导航

1. 多项式的有关概念

几个单项式的和叫做_____. 其中, 每个单项式叫做多项式的_____, 不含_____的项叫做常数项. _____的次数, 叫做这个多项式的次数.

注意: (1) 多项式的每一项包括它前面的符号.

(2) 一个多项式含有几项, 就叫几项式, 如: $6x^2 - 2x - 7$ 是一个三项式.

(3) 多项式的次数不是所有项的次数之和, 而是多项式中次数最高的单项式的次数.

(4) 一个多项式中的最高次项有时不止一个, 在确定最高次项时, 都应写出.

2. 整式的概念

_____与_____统称为整式.

典例导思

题型一 多项式的项和次数

例1 指出下列多项式的项和次数, 并说明它们是几次几项式.

(1) $x^5 - 2x^2 - 1$;

(2) $-3a^3 - 3b^3 + 3$;

(3) $-x^6 + 2x^5y - x^3y^4 + 2xy^3 - 1$.

[分析] (1) $x^5 - 2x^2 - 1$ 是单项式 x^5 , $-2x^2$, -1 的和, 则这几个单项式就是这个多项式的项, 次数最高的项是 x^5 , 这一项的次数即为多项式的次数; (2) (3) 类同.

[试一试]

[方法提炼] (1) 求多项式的次数: 比较多项式中各项次数的多少, 最大的即为多项式的次数.

(2) 多项式的命名: 多项式有几项, 就叫做几项式, 多项式的次数是几, 就叫做几次多项式, 合称为几次几项式.

(3) 多项式中某一项的次数是几, 这一项就叫做几次项, 不含字母的项叫做常数项.

跟踪训练

1. 多项式 $4x^3 - 3x^2y^4 + 2x - 7$ 的项数与次数分别是

A. 4, 9 B. 4, 6 C. 3, 9 D. 3, 10

2. (1) 多项式 $4x^2y - 5x^3y^2 + 7xy^3 - 7$ 的次数是_____, 最高次项是_____, 常数项是_____;

(2) (2020·重庆南开南中学期中) 单项式 $-\frac{x^3y^2z}{3}$ 的系数是_____, 多项式 $0.3xy - 2x^3y - 5xy^2 + 1$ 是_____次_____项式.

3. 若 $-ax^3y + 2x^2 - y^b$ 是关于 x, y 的五次三项式, 则 a, b 应满足的条件是_____.

题型二 单项式、多项式、整式的关系

例2 在式子① $-\frac{3}{5}ab$; ② $\frac{2x^2y}{3}$; ③ $\frac{x+9}{2}$; ④ $-a^2bc$;

⑤ 1 ; ⑥ $x^3 - 2x + 3$; ⑦ $\frac{3}{a}$; ⑧ $\frac{1}{x} + 1$ 中, 是单项式的有_____, 是多项式的有_____, 是整式的有_____. (填序号)

[分析] 注意多项式是由单项式的和构成的, 而且单项式与多项式统称整式, 单个的数或字母也是单项式, 分母中含有字母的式子不是整式.

[知识总结] (1) 单项式与多项式的区别: ① 单项式不含加、减运算, 多项式必含加、减运算; ② 单项式次数是所有字母指数的和, 多项式次数是次数最高项的次数.

(2) 单项式与多项式的联系: ① 多项式的每一项都是单项式; ② 单项式与多项式的分母都不含字母; ③ 单项式与多项式统称为整式.

(3) 一个式子既不是单项式又不是多项式, 那么它一定不是整式.

跟踪训练

4. (2020·重庆八中期中) 下列说法正确的是 ()

A. 单项式 a 的系数是 0

B. 单项式 $-\frac{3xy}{5}$ 的系数和次数分别是 -3 和 2

C. $x^2 - 2x + 2^5$ 是五次三项式

D. 单项式 $-3\pi xy^2z^3$ 的系数和次数分别是 -3π 和 6

5. 在代数式 $\pi, x^2 + \frac{2}{x+1}, x + xy, 3x^2 + nx + 4, -x, 3, 5xy,$

$\frac{y}{x}$ 中, 整式共有 ()

A. 7 个 B. 6 个 C. 5 个 D. 4 个

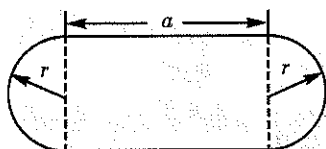
6. 有下列代数式:

① -1 ; ② $-\frac{2a}{3}$; ③ $\frac{1}{\pi}ab^3$; ④ $\frac{x+y}{2}$; ⑤ $2x + \frac{1}{x}$; ⑥ $x^2y^2 - 2x^3y + y^3$, 其中是单项式的是_____, 是多项式的是_____.

题型三 多项式的应用与求值

例3 一个花坛的形状如图所示,它的两端是半径相等的半圆,求:

- (1) 花坛的周长;
- (2) 花坛的面积;
- (3) 当 $a=8, r=2$ 时,周长和面积分别是多少? (本题 π 取 3.14, 精确到 0.1)

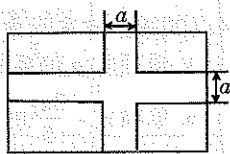


[分析] (1) 花坛的周长由两个半圆的周长和两条长为 a 的线段构成; (2) 花坛的面积由两个半圆的面积和一个长方形的面积构成; (3) 把 $a=8, r=2$ 代入 (1) (2) 中的式子即可得到结果.

[试一试]

跟踪训练

7. 已知 $a+b=\frac{1}{2}$, 则代数式 $2a+2b-3$ 的值是 ()
A. 2 B. -2 C. -4 D. $-3\frac{1}{2}$
8. 如图是一个长方形草坪, 长 50 m, 宽 30 m, 若在草坪中修两条长方形的小路, 小路的宽均为 a m.
(1) 用含 a 的式子表示两条小路的面积;
(2) 写出 (1) 中多项式的项和次数, 这是几次几项式?



(第8题)

课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. 下列式子: $x^2+1, \frac{1}{a}+4, \frac{3ab^2}{7}, \frac{bc}{a}, -5x, 0$ 中, 整式的个数是 ()
A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

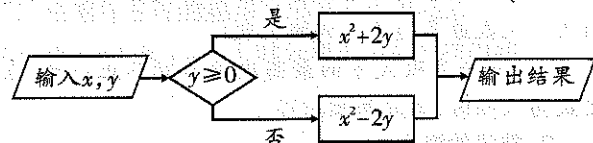
2. (2020 · 重庆实验外国语学校期中) 下列说法正确的是 ()

- A. $-\frac{4vt}{5}$ 的系数是 -4 B. 2^3ab^2 是 6 次单项式
C. $\frac{x-y}{2}$ 是多项式 D. x^2-2x-1 的常数项是 1

3. 如果一个多项式的次数是 5, 那么这个多项式的各项的次数 ()

- A. 都小于 5 B. 都不大于 5
C. 都等于 5 D. 都不小于 6

4. 按如图所示的运算程序, 能使输出的结果为 12 的是 ()



(第4题)

- A. $x=3, y=3$ B. $x=-4, y=-2$
C. $x=2, y=4$ D. $x=4, y=2$

5. (1) 下列代数式 $0, -\frac{ab^2}{\pi}, -x, -\frac{x-2}{3}, \frac{s}{t}, 3m^2+1,$

$\frac{1}{4}x^2y^3z$ 中, 单项式有 _____,

多项式有 _____;

(2) 已知多项式 $-\frac{4}{5}x^2y + \frac{2}{3}x^4y^2 - x + 1$, 这个多项式

的最高次项是 _____, 一次项系数是 _____, 常数项是 _____, 它是 _____ 次 _____ 项式.

6. 已知一列数 $a, b, a+b, a+2b, 2a+3b, 3a+5b, \dots$, 按照这个规律写下去, 第 9 个数是 _____.

7. 已知多项式 $a^3 + \frac{1}{2}ab^4 - a^{m+1}b - 6$ 是六次四项式, 单项式 $2x^{5-m}y^{3n}$ 与该多项式的次数相同, 求 m^2+n^2 的值.



名师视频讲解

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)

8. 已知一个整式为 $(a-2)x^2 - 3x - (a+3)$.

- (1) 若它是关于 x 的一次式, 求 a 的值, 并写出该一次式;
- (2) 若它是关于 x 的二次二项式, 求 a 的值, 并写出该二次二项式;
- (3) 若它是关于 x 的二次式, 求 a 的取值范围.

12. (1) 如果关于 x 的多项式 $mx^4 + 4x^2 - \frac{1}{2}$ 与多项式 $3x^n +$ $5x$ 的次数相同, 求 $\frac{1}{2}n^3 - 2n^2 + 3n - 4$ 的值;(2) 当整数 n 为何值时, 多项式 $6x^{n+3} - 4x^{3-n} + 9$ 是四次多项式?

第二阶 能力跃升

9. 已知关于 x 的多项式 $3x^4 - (m+5)x^3 + (n-1)x^2 - 5x + 3$ 不含 x^3 和 x^2 , 则 ()

- A. $m = -5, n = -1$ B. $m = 5, n = 1$
C. $m = -5, n = 1$ D. $m = 5, n = -1$

10. (1) 若当 $x=1$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 7$ 的值为 4, 则当 $x=-1$ 时, 代数式 $ax^3 + bx + 7$ 的值为 _____;(2) 如果 $5x^m y^2 - (m-2)xy - 3x$ 是关于 x, y 的四次三项式, 则 $m =$ _____.

11. 为节约用水, 某市规定三口之家每月标准用水量为 15 立方米, 超过部分加价收费, 假设不超过部分水费为 1.5 元/立方米, 超过部分水费为 3 元/立方米.

- (1) 请用式子分别表示三口之家按标准用水和超出标准用水各应缴纳的水费;
- (2) 如果三口之家某月用水 20 立方米, 那么该月应交多少水费?

2.2 整式的加减

第1课时 同类项

M 知识导航

1. 同类项的定义

所含字母_____,并且相同字母的_____也相同的项叫做同类项. 几个_____也是同类项.

注意: (1) 判断几个项是否是同类项有两个条件:

①所含字母相同; ②相同字母的指数分别相等. 同时具备这两个条件的项是同类项, 缺一不可.

(2) 同类项与系数无关, 与字母的排列顺序无关.

(3) 一个项的同类项有无数个, 其本身也是它的同类项.

2. 合并同类项

把多项式中的同类项_____, 叫做合并同类项.

3. 合并同类项的法则

合并同类项后, 所得项的系数是合并前各_____, 且_____不变.

注意: 合并同类项的根据是乘法的分配律逆用, 运用时应注意:

①不是同类项的不能合并, 无同类项的项不能遗漏, 在每步运算中照抄.

②系数相加(减), 字母部分不变, 不能把字母的指数也相加(减).

M 典例导思

题型一 同类项的识别

例1 下列各题的两项是同类项的是 ()

- A. ab^2 与 $-2a^2b$ B. xy^2 与 xy^2z
C. x^3 与 y^3 D. 3 与 -5

[分析] 根据同类项的定义, 所含字母相同, 相同字母的指数也相同即可判断.

[方法提炼] 同类项必须满足两个“相同”: 一是所含字母相同; 二是相同字母的指数相同, 两者缺一不可. 同类项与系数的符号和大小无关, 与字母的顺序无关, 常数项也是同类项.

跟踪训练

1. 下列单项式中与 $3a^2b$ 是同类项的是 ()
A. a^2 B. $4ba^2$ C. $3ab^2$ D. $2ab$
2. 下列各组式子中, 是同类项的是 ()
A. $3x^2y$ 与 $-3xy^2$ B. $3xy$ 与 $-2yx$
C. $2x$ 与 $2x^2$ D. $5xy$ 与 $5yz$

题型二 利用同类项的定义求值

例2 (1) (2020 · 重庆育才中学期末) 若单项式 $-2a^{m+2}b^3$ 与 πab^{2n} 是同类项, 则 $m-2n$ 的值为 ()

- A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

(2) (2020 · 苏州) 若单项式 $2x^{m-1}y^2$ 与单项式 $\frac{1}{3}x^2y^{n+1}$ 是同类项, 则 $m+n=$ _____.

[分析] 根据“所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项”列方程即可得解.

跟踪训练

3. 如果 $2x^{a+1}y$ 与 x^2y^{b-1} 是同类项, 那么 $\frac{a}{b}$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. 3

4. 若单项式 $0.5x^{4+m}y^3$ 和 $-3x^2y^{n+1}$ 是同类项, 则 m^n 的值为_____.

题型三 合并多项式中的同类项

例3 合并下列各式中的同类项:

(1) $5x^2 + 4x - 4 - 2x - 5x^2$;

(2) $2a^2b - 3ab^3 + \frac{1}{2}a^3b - 2ab^2 + 3ab^3 - 0.5a^3b$.

[分析] 先找出同类项, 然后把同类项的系数相加.

[试一试]

跟踪训练

5. 计算 $3a^3 + a^3$ 的结果正确的是 ()

- A. $3a^6$ B. $3a^3$ C. $4a^6$ D. $4a^3$

6. 当 $k=$ _____ 时, 多项式 $x^2 - 2kxy - 5y^2 - \frac{1}{4}xy - 7$ 中不含 xy 项.

7. 合并下列各式中的同类项:

(1) $-7mn + mn + 5nm$; (2) $\frac{5}{6}x^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{x^2}{3}$;

(3) $3a^2b - 4ab^2 - 4 + 5a^2b + 2ab^2 + 7$.



课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. 下列各式中,与 $3x^2y^3$ 是同类项的是 ()

- A. $2x^5$ B. $3x^3y^2$
C. $-x^2y^3$ D. $-y^5$

2. 若单项式 $a^{m+3}b^4$ 与 $\frac{1}{3}a^5b^{n+1}$ 的和仍是单项式,则 n 的值是 ()

- A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

3. 下列计算正确的有 ()

- (1) $5a^3 - 3a^3 = 2$; (2) $-10a^3 + a^3 = -9a^3$;
(3) $4x + (-4x) = 0$; (4) $-\left(\frac{2}{7}xy\right) - \left(+\frac{5}{7}xy\right) = -\frac{3}{7}xy$;
(5) $-3mn - 2nm = -5mn$

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

4. 若 $-3x^3y^{b-1} + 4x^{a+1}y^4 = x^3y^4$,则 $|a-b|$ 等于 ()

- A. -2 B. 2 C. -3 D. 3

5. (1) 下列各组单项式中:① $-\frac{1}{2}$ 与 5; ② m^2n 与 $3mn^2$;

③ a^2b^3 与 $-5b^3a^2$; ④ $2abc$ 与 $\frac{1}{2}ab$, 是同类项的是 (填序号)

(2) (2020·重庆南开中学期末)若 $-a^2b^{n+1}$ 与 $4a^{m+4}b^4$ 为同类项,则 m^n 的值为

6. (1) 合并同类项: $4a^2 + 6a^2 - a^2 =$;

(2) 若 $-3xy^2 + ax^2 = 8xy^2$,则 $a =$.

7. 合并下列各式:

- (1) $15x - 12.5x$; (2) $7y - 13y + 6.5y$;

- (3) $\frac{1}{3}a - \frac{1}{4}a - \frac{1}{5}a$; (4) $-\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - \frac{5}{6}x$.

8. 计算:

(1) $a^2 - 2ab + b^2 - a^2 + 2ab + b^2$;

(2) $5ax - 4a^2x^2 - 8ax^2 + 3ax - ax^2 + 4a^2x^2$;

(3) $4x^2y - 8xy^2 + 7 - 4x^2y + 10xy^2 - 4$.

第二阶 能力跃升

9. 若 A 是一个五次多项式, B 也是一个五次多项式,则 $A+B$ 一定是 ()

- A. 十次多项式
B. 五次多项式
C. 不高于五次的多项式或单项式
D. 六次多项式

10. (1) 已知关于 x, y 的多项式 $mx^2 + 4xy - x - 3x^2 + 2nxy - 5y$ 化简后不含 x, y 的二次项,求 $n^m =$;

(2) 已知两个单项式 $-2a^2b^{m+1}$ 与 na^2b^4 的和为 0, 则 $(m-2)^{2020} + (n-2)^{2019}$ 的值是

11. (1) 已知 m 是绝对值最小的有理数,且 $-2a^{m+2}b^{r+1}$ 与 $3a^r b^3$ 是同类项,试求多项式 $2x^3 - 3xy + 6y^2 - 3mx^3 + mxy - 9my^2$ 的值;

(2) 已知关于 x, y 的多项式 $-ax^2 + 2bxy + x^2 - x - 2xy + y$ 不含二次项,求 $5a - 8b$ 的值.

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)

12. 如果 $2mx^ay$ 与 $-5nx^{2a-3}y$ 是关于 x, y 的单项式,且它们是同类项.

(1) 求 $(7a-22)^{2020}$ 的值;

(2) 若 $2mx^ay + 5nx^{2a-3}y = 0$, 求 $(2m+5n)^{2020} + 2a$ 的值.



第2课时 多项式的化简求值

知识导航

多项式的化简求值

在求多项式的值时,可以先将多项式中的同类项合并,然后再求值,这样做往往可以简化计算.

典例导思

题型一 多项式的化简求值

例1 先化简,再求值:

(1) $2x^3 - 5x^2 + x^3 + 9x^2 - 3x^3 - 2$, 其中 $x = \frac{1}{2}$;

(2) $2x^2y - 3xy^2 - 3x^2y + 2xy^2$, 其中 $x = -\frac{1}{2}$, $y = 4$.

[分析] 所求多项式中有同类项,所以需要先合并同类项,化简后再把已知字母的值代入求解.

[试一试]

跟踪训练

1. 先化简,再求值:

(1) $3x^2 - 8x + 2x^3 - 13x^2 + 2x - 2x^3 + 3$, 其中 $x = -1\frac{1}{2}$;

(2) $2(x-2y)^2 - 4(2x-y) + (x-2y)^2 - 3(2x-y)$, 其中 $x = -1$, $y = \frac{1}{2}$.

题型二 多项式化简求值的综合运用

例2 已知 $(a+1)^2 + |b-2| = 0$, 求多项式 $a^2b^2 + 3ab - 7a^2b^2 - \frac{5}{2}ab + 1 + 5a^2b^2$ 的值.

[分析] 由非负数性质可得 a, b 的值, 将多项式合并化简后代入求值即可.

[试一试]

[规律点拨] 多项式求值有以下三类: 一是化简后直接代入求值; 二是化简后整体代入求值; 三是先通过隐含条件将字母的值求出, 再代入求值.

跟踪训练

2. 已知 $m^2 + 2mn = 13$, $3mn + 2n^2 = 21$, 则 $2m^2 + 13mn + 6n^2 - 44$ 的值为 ()

A. 45 B. 5 C. 66 D. 77

3. 已知 $|x-3| + |y+1| = 0$, 求 $5xy^2 - 2x^2y + 3xy^2 - 4xy^2 + 2x^2y$ 的值.

课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. (2020 · 重庆B卷) 已知 $a+b=4$, 则代数式 $1 + \frac{a}{2} - \frac{b}{2}$ 的值为 ()

A. 3 B. 1 C. -1 D. 0

2. 当 $a = -5$ 时, 多项式 $a^2 + 2a - 2a^2 - a + a^2 - 1$ 的值为 ()

A. 29 B. -6 C. 14 D. 24

3. 已知 $a = -\frac{2}{3}$, $b = 2$, $c = -3$, 则多项式 $3a + abc - 3c^2 - 3a + 3c^2$ 的值是 ()

A. -4 B. -1 C. 1 D. 4

4. 如果 $b = 2a - 1$, $c = 3a$, 则 $a + b - c$ 等于 ()

A. $6a - 1$ B. $5a - 1$ C. 6 D. -1



5. 当 $a = -\frac{1}{2}$, $b = 4$ 时, 多项式 $2a^2b - 3a - 3a^2b + 2a$ 的

值为

6. 当 $a = -1$ 时, 式子 $2a^2 - 5a + 4a^2 - 6a - 10$ 的值为

7. 求下列各式的值:

(1) $5x^2 + 4 - 3x^2 - 5x - 2x^2 - 5 + 6x$, 其中 $x = -3$;

(2) $3x - 4x^2 + 7 - 3x + 2x^2 + 1$, 其中 $x = 2$.

8. 先简化, 再求值:

(1) $3c^2 - 8c + 2c^3 - 13c^2 + 2c - 2c^3 + 3$, 其中 $c = -4$;

(2) $3y^4 - 6x^3y - 4y^4 + 2yx^3$, 其中 $x = -2, y = 3$;

(3) $4xy - 3x^2 - xy + y^2 + x^2 - 3xy - 2y + 2x^2$, 其中 $x = 1\frac{13}{15}$, $y = -1$;

(4) (2020·重庆一中月考) $2a^2 - 3a^2 - 3ab + 3b^2 + 2a^2 + 4ab - 2b^2$, 其中 $a = 1, b = \frac{1}{2}$.

10. (1) 已知 $(x+2)^2 + \left|y - \frac{1}{2}\right| = 0$, 则 $2xy^2 + 2x^2y - 2xy^2 + 3 - 3x^2y - 2$ 的值为

(2) 已知 $x - xy = 20, xy - y = -10$, 则 $x - y =$, $x + y - 2xy =$.

11. (1) 如果单项式 $7mxy^{2a+1}$ 与 $-3nxy^{a+4}$ 是关于 x, y 的单项式, 且它们是同类项, 若 $7mxy^{2a+1} - 3nxy^{a+4} = 0$, 求 $(7m-3n)^{2020} + 3a$ 的值;

(2) 已知 $xy = -2, x + y = 3$, 求整式 $(3xy + 10y) + [5x - (2xy + 2y - 3x)]$ 的值.

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)



12. (2020·重庆一中月考) 水资源透支现象令人担忧, 节约用水迫在眉睫. 针对居民用水浪费现象, 重庆市政府和环保组织进行了调查, 并制定出相应的措施.

(1) 针对居民用水浪费现象, 市政府将向每个家庭收取污水处理费, 按每立方米 1 元收费. 此外, 市政府还将向市民收取自来水费, 收费标准为: 每个家庭每月的用水量不超过 10 立方米则按每立方米 2.5 元收费; 超过 10 立方米的部分按每立方米 3.2 元收费. 若我市某家庭某月用水量为 x 立方米, 产生的污水量也为 x 立方米, 则这个家庭在该月应缴纳的水费 (包括污水处理费) W_1 为多少钱? (用含 x 的代数式表示)

(2) 在近期由物价局举行的水价听证会上, 有代表提出一新的水价收费设想: 不再收取污水处理费. 每天 6:00 至 22:00 为用水高峰期, 水价可定为每立方米 4 元; 22:00 至次日 6:00 为用水低谷期, 水价可定为每立方米 3.2 元. 若某家庭高峰时期都有用水, 且高峰期的用水量比低谷期多 20%. 设这个家庭这个月低谷期的用水量为 y 立方米, 则该家庭在这个月按照此方案应缴纳的水费 W_2 为多少钱? (用含 y 的代数式表示)

(3) 若某三口之家按照 (1) 中的方案与 (2) 中的方案所交水费都为 39.2 元, 则哪种方案下的用水量较少?

第二阶 能力跃升

9. 要使关于 x, y 的多项式 $my^3 + 3nx^2y + 2y^3 - x^2y + y$ 不含三次项, 则 $2m + 3n$ 的值为

A. 0

B. -5

C. 5

D. -3

第3课时 去括号法则

知识导航

去括号法则

如果括号外的因数是_____,去括号后原括号内各项的符号与原来的符号_____;

如果括号外的因数是_____,去括号后原括号内各项的符号与原来的符号_____.

注意:①去括号法则实际上是根据乘法分配律得到的结论.当括号前为“+”号时,可以看作+1与括号内的各项相乘;当括号前为“-”号时,可以看作-1与括号内的各项相乘.

②去括号时,首先要弄清括号前面是“+”号,还是“-”号,然后再根据法则去掉括号及前面的符号.

③对于多重括号,去括号时可以先去小括号,再去中括号,也可以先去中括号,再去小括号.但是一定要注意括号前的符号.

④去括号只是改变式子形式,不改变式子的值,它属于多项式的恒等变形.

典例导思

题型一 利用去括号法则进行整式的化简

例1 化简下列各式:

$$(1) -(4a^2 - 3ab + b^2) + (-3a^2 + 4ab - 2b^2);$$

$$(2) a - (2a - b) - 2(a + 2b);$$

$$(3) (8xy - 3x^2) - 5xy - 3(xy - 2x^2 + 3);$$

$$(4) 3(x - y) - 2(x + y) - 4(x - y) + 4(x + y) + 3(x - y).$$

[分析] 先去括号,再合并同类项.去括号时,既要注意括号前面的符号,又要注意把括号前面系数用乘法分配律与括号内各项相乘.

[试一试]

基础巩固练习: 1. 化简下列各式:
 $(1) 2a - (3a - 2b) + (4a - 5b);$
 $(2) 3x - (2x - 1) - 2(x + 3);$
 $(3) (5xy - 3x^2) - 4xy - 2(xy - 3x^2 + 1);$
 $(4) 4(x - y) - 3(x + y) - 2(x - y) + 5(x + y);$

[方法提炼] (1)去括号法则可以从乘法分配律的角度来理解,即用括号前的系数去乘括号内的每一项;

(2)去括号法则可以简记为以下口诀:去掉“正括号”,各项不变号;去掉“负括号”,各项都变号.

跟踪训练

1. 下列各式中,去括号错误的是()

A. $3x^2 - (2x - y) = 3x^2 - 2x + y$

B. $x^2 - \frac{3}{4}(x + 2) = x^2 - \frac{3}{4}x - 2$

C. $5a + (-2a^2 - b^2) = 5a - 2a^2 - b^2$

D. $(-a + 3b) - (a^2 + b^2) = -a + 3b - a^2 - b^2$

2. 先去括号,再合并同类项:

(1) $(4a^2 - 3a + 1) - 3(-a^3 + 2a^2);$

(2) $3x - [(y - x) - 2x - y].$

题型二 去括号法则的实际应用

例2 已知甲数比 x 的3倍多5,乙数比 $-x$ 的4倍少6,试用含 x 的式子表示甲、乙两数的和与差.

[分析] 先分别用含 x 的式子表示出甲、乙两数,然后求出两数的和与差.

[试一试]

跟踪训练

3. 飞机的无风航速为 a km/h,风速为 b km/h,则飞机顺风 and 逆风各飞行3 h的路程差为_____ km.

4. 光明文具厂第一季度用去电费 m 元,用去的水费比电费的2倍少40元;第二季度的电费比第一季度节约了20%,水费比第一季度水费多支出了5%. 求:

(1)该厂第二季度的水费和电费;

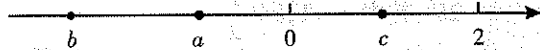
(2)该厂第二季度水电费的支出比第一季度节约了多少元?

题型三 化简含绝对值的式子

例3 按下列要求化简:

(1)已知 $2 < x < 3$,试化简: $|3x - 6| + |5x - 15|;$

(2)已知 a, b, c 在数轴上的位置如图所示,试化简: $|a + b| - |b - 2| - |c - a| - |2 - c|.$



[分析] 含绝对值符号的式子化简,应先通过条件判断绝对值符号内的式子与0的关系,从而决定绝对值符号打开后取式子本身还是取其相反数.

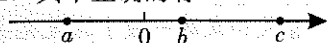
[试一试]



跟踪训练

5. (2020·重庆实验外国语学校期中)有理数 a, b, c 的位置如图所示,则下列各式:① $ab < 0$;② $b - a + c > 0$;

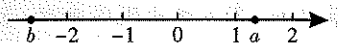
③ $\frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 1$;④ $|a - b| - |c + a| + |b - c| = -2a$. 其中正确的有 ()



(第5题)

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

6. 已知 a, b 两数在数轴上的位置如图所示,化简 $|1 - a| + |a - b| - |b + 2| =$.



(第6题)

课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. 下列各式中与 $a - b - c$ 的值不相等的是 ()

A. $a - (b + c)$ B. $a - (b - c)$
C. $(a - b) + (-c)$ D. $(-c) - (b - a)$

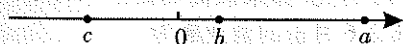
2. 化简 $\frac{1}{3}(9x - 3) - 2(x + 1)$ 的结果是 ()

A. $2x - 1$ B. $x + 1$ C. $5x + 3$ D. $x - 3$

3. (2020·重庆南开中学期中)下列去括号正确的是 ()

A. $x - (2y - \frac{1}{2}) = x - 2y - \frac{1}{2}$
B. $1 + 2(x + y) = 1 + 2x - 2y$
C. $-\frac{1}{2}(6x - 4y + 3) = -3x + 2y + 3$
D. $x + (-y + 2z) = x - y + 2z$

4. 已知有理数 a, b, c 在数轴上的对应点如图所示,化简 $|a - b| + |b - c| - |c - a|$ 的结果为 ()



(第4题)

A. $a - b$ B. $b + c$ C. 0 D. $a - c$

5. 长方形的长是 $3a$, 宽是 $2a - b$, 则长方形的周长是

6. 已知 $m = \frac{2020}{2019}$, $n = -\frac{5}{4}$, 则代数式 $(m + 2n) - (m - 2n)$ 的值为

7. 先去括号,再合并同类项:

(1) $(2m - 3) + m - (3m - 2)$;

(2) $-3(2s - 5) + 6s$;

(3) $1 - (2a - 1) - (3a + 3)$;

(4) $3(4x - 2y) - 3(-y + 8x)$;

(5) $(3k^2 + 7k) + (4k^2 - 3k + 1)$;

(6) $(3x + 2xy - \frac{1}{2}x) - (2x^2 - xy + x)$.

8. 某旅游景点成人票价每张 15 元,儿童票价每张 8 元. 甲旅行团有 x 名成人和 y 名儿童;乙旅行团的成人人数是甲旅行团的 2 倍,儿童数是甲旅行团的 $\frac{1}{2}$.

(1) 求甲、乙两个旅行团的门票总费用;

(2) 若 $x = 20$, $y = 10$, 那么这两个旅行团一共要付门票多少元?

第二阶 能力跃升

9. 若代数式 $3x^2 + ax + 4 - (bx^2 + 2x)$ 的值与字母 x 无关, 则 $\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{3}b$ 的值为 ()

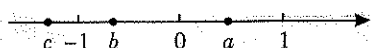
A. -1 B. 1 C. $-\frac{23}{6}$ D. $\frac{23}{6}$

10. (1) 若关于 a, b 的多项式 $(a^2 + 2ab - b^2) - (a^2 + mab + 2b^2)$ 中不含 ab 项, 则 $m =$;

(2) (2020·重庆一中月考) 若有理数 a, b, c 满足 $|a| = 3$, $|b| = 4$, $c^2 = 25$, 且 $|a - b| = b - a$, $|b + c| = -b - c$, 则 $a - 2b + c$ 的值为

11. (1) 若 $A = x - 2y$, $B = y - 3x$, 且 $A - 2B + C = 0$, 求 C ;

(2) 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 试化简: $|a+c| - |a+b+c| - |b-a| + |b+c|$;



[第 11(2) 题]

(3) 由于看错了运算符号, 某学生把一个整式减去 $-4a^2 + 2b^2 + 3c^2$ 误以为是加上 $-4a^2 + 2b^2 + 3c^2$, 结果得出的答案是 $a^2 - 4b^2 - 2c^2$, 求原题的正确答案.

第三阶 思维拓展

(供学有余力的同学选用)



名师视频讲解

12. 阅读下列材料并解决有关问题:

我们知道 $|x| = \begin{cases} x, & (x > 0) \\ 0, & (x = 0) \\ -x, & (x < 0) \end{cases}$ 现在我们可以用这个

结论来化简含有绝对值的代数式, 如化简代数式 $|x+1| + |x-2|$ 时, 可令 $x+1=0$ 和 $x-2=0$, 分别求得 $x=-1$ 和 $x=2$ ($-1, 2$ 分别叫做 $|x+1|$ 与 $|x-2|$ 的零点值). 在有理数范围内, 零点值 $x=-1$ 和 $x=2$ 可将全体有理数分成不重复且不遗漏的如下 3 种情况:

- ① 当 $x < -1$ 时, 原式 $= -(x+1) - (x-2) = -2x+1$;
- ② 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 原式 $= x+1 - (x-2) = 3$;
- ③ 当 $x > 2$ 时, 原式 $= x+1 + x-2 = 2x-1$.

综上所述, 原式 $= \begin{cases} -2x+1, & (x < -1) \\ 3, & (-1 \leq x \leq 2) \\ 2x-1, & (x > 2) \end{cases}$

通过以上阅读材料, 请你解决以下问题:

- (1) 分别求出 $|x+2|$ 和 $|x-4|$ 的零点值;
- (2) 化简代数式 $|x+2| + |x-4|$.

第 4 课时 整式的加减

知识导航

整式的加减法则

一般地, 几个整式相加减, 如果有括号就先_____, 然后再_____.

注意: (1) 整式加减的一般步骤是先去括号, 再合并同类项.

(2) 两个整式相减时, 减数一定先要用括号括起来.

(3) 整式加减的最后结果的要求: ① 不能含有同类项, 即要合并到不能再合并为止; ② 一般按照某一字母的降幂或升幂排列; ③ 不能出现带分数, 带分数要化成假分数.

典例导思

题型一 列式表示实际问题中的数量关系

例 1 一个四边形的周长是 38 厘米, 已知第一条边的长为 a 厘米, 第二条边比第一条边的 2 倍长 3 厘米, 第三条边的长等于第一条边的长与第二条边的长之和, 写出表示第四条边的长的代数式.

[分析] 第一条边的长为 a 厘米, 则第二条边的长为 $(2a+3)$ 厘米, 第三条边的长为 $(a+2a+3)$ 厘米, 再用周长减去前三条边的长就是第四条边的长.

[试一试]

跟踪训练

1. 某商场 4 月份的营业额为 x 万元, 5 月份的营业额比 4 月份多 10 万元. 如果该商场第二季度的营业额为 $4x$ 万元, 那么 6 月份的营业额为_____万元.
2. 已知三角形第一边的长为 $(3a+2b)$, 第二边比第一边长 $(a-b)$, 第三边比第二边短 $2a$, 求这个三角形的周长.

题型二 对多项式化简求值

例 2 先化简, 再求值: $2a^2 - \{-3a + 5 + [4a^2 - (3a^2 - a - 1)]\} - 5$, 其中 $a = -2$.

[分析] 去括号和合并同类项是解答化简求值问题的主要步骤, 尤其是括号前是负号时, 要注意去括号后的变号处理.



[试一试]

跟踪训练

3. (1) 先化简, 再求值: $-3(2m+3n) - 3(6n-12m)$, 其中 $m=5, n=-1$;

- (2) 已知 $ab=-1, a-b=2$, 求 $(4a-5b-ab) - (2a-3b+5ab)$ 的值.

题型三 整式加减的拓展应用

例3 已知 $(2x^2+ax-y+b) - (2bx^2-3x+5y-1)$ 的值与字母 x 的取值无关, 求 $3(a^2-ab-b^2) - (4a^2+ab+b^2)$ 的值.

[分析] 将第一个式子中的 a, b 看作常数去括号, 合并同类项. 由结果与字母 x 的取值无关, 可知含 x 和 x^2 的项的系数均为 0, 从而可求出 a, b 的值.

[试一试]

[思维点拨] 整式的值与整式中字母的取值有关. 当整式经过化简后, 若含某个字母的项的系数等于 0, 则这个整式的值与该字母的取值无关; 反之, 当某个整式的值与某个字母的取值无关时, 则整式中含该字母的项的系数等于 0.

跟踪训练

4. (2020·重庆南开中学月考) 若关于 a, b 的多项式 $b^2+3a^2b-5ab+1$ 减去 $-2ab+\frac{1}{3}ka^2b+5b^2$ 的差不含三次项, 则 k 的值为 ()

A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -9 D. 9

5. 已知代数式 $A=2x^2+3xy+2y, B=x^2-xy+x$.

- (1) 当 $x=y=-2$ 时, 求 $A-2B$ 的值;
(2) 若 $A-2B$ 的值与 x 的取值无关, 求 y 的值.

课时同步作业

第一阶 基础夯实

1. 下列各式中与多项式 $2x - (-3y-4z)$ 相等的是 ()

A. $2x + (-3y+4z)$ B. $2x + (3y-4z)$

C. $2x + (-3y-4z)$ D. $2x + (3y+4z)$

2. 减去 $-3m$ 等于 $5m^2-3m-5$ 的式子是 ()

A. $5(m^2-1)$ B. $5(m^2+1)$

C. $5m^2-6m-5$ D. $-(5m^2+6m-5)$

3. 多项式 x^3-2x^2+5x+3 与多项式 $2x^2-x^3+4+9x$ 的和一定是 ()

A. 奇数

B. 偶数

C. 2 与 7 的倍数

D. 以上都不对

4. 某校组织若干师生到恩施大峡谷进行社会实践活动. 若学校租用 45 座的客车 x 辆, 则余下 20 人无座位; 若租用 60 座的客车, 则可少租用 2 辆, 且最后一辆还没坐满, 则乘坐最后一辆 60 座客车的人数是 ()

A. $(200-60x)$ 人

B. $(140-15x)$ 人

C. $(200-15x)$ 人

D. $(140-60x)$ 人

5. a, b 互为倒数, 则 $a^2b - (a-2019)$ 值为_____.

6. (1) (2019·苏州) 若 $a+2b=8, 3a+4b=18$, 则 $a+b$ 的值为_____;

- (2) 已知 $x-3y=2$, 则 $(2x-3y)-3(x-2y)=$ _____.

7. 先化简,再求值:

(1) $-2(x^2+1)+5(x-5)-\frac{1}{2}(4x^2-2x)$, 其中 $x =$

$-\frac{3}{2}$;

(2) $(2x-3y-2xy)-(x-4y+7xy)$, 其中 $x+y=5, xy=-3$;

(3) (2020 · 重庆巴蜀中学期中)

已知 $|a+1|+(b-2)^2=0$, 求 $4a^2b+[2ab^2-3(ab^2-2a^2b-1)]$ 的值;

(4) (2020 · 重庆南开中学期末)

$2x^2-\left[3\left(-\frac{5}{3}x^2+\frac{2}{3}xy\right)-(xy-3x^2)\right]+2xy$, 其中 x 是 -2 的倒数, y 是最大的负整数.

8. 《人民日报》点赞湖北宜昌“智慧停车平台”. 作为“全国智慧城市”试点,宜昌市通过“互联网”“大数据”等新技术,打造“智慧停车平台”,着力化解城市“停车难”问题. 市内某智慧公共停车场的收费标准是:停车不超过30分钟,不收费;超过30分钟但不超过60分钟,按1小时计,收费3元;超过1小时后,超过1小时的部分按每小时2元收费(不足1小时,按1小时计).

(1) 若张先生某次在该停车场停车2小时10分钟,应交停车费____元. 若李先生也在该停车场停车支付停车费11元,则停车场按____(填整数)小时计时收费;

(2) 若 x (单位:小时)表示停车计时,当 x 取整且 $x \geq$ 时,用含 x 的式子表示该停车场的停车费.

第二阶 能力跃升

9. (2020 · 重庆巴蜀中学期中) 若多项式 $2bx^2+3x-5y-1$ 与多项式 $2x^2-ax+y+4$ 的差不含 x^2 项和 x 项,则 (

A. $a=3, b=-1$

B. $a=3, b=1$

C. $a=-3, b=-1$

D. $a=-3, b=1$

10. 若关于 x, y 的代数式 $(x^2+ax-2y+7)-(bx^2-2x-9y-1)$ 的值与字母 x 的取值无关,则 $a-b =$

11. (1) 已知多项式 $A=3a^2-6ab+b^2, B=-2a^2+3ab-5b^2$, 当 $a=1, b=-1$ 时,试求 $A+2B$ 的值;

(2) (2020 · 重庆八中期中) 已知: $A=4x^2-mx+B=x^2-3x-4$.

① 若 $m=3$, 求 $A-B$;

② 若 $A-4B$ 的值与 x 的值无关,求 m 的值.



第三阶 思维拓展



(供学有余力的同学选用)

12. 对任意一个四位数 n , 如果千位与十位上的数字之和为 9, 百位与个位上的数字之和也为 9, 则称 n 为“极数”.

(1) 请任意写出三个“极数”, 并猜想任意一个“极数”是否是 99 的倍数, 请说明理由;

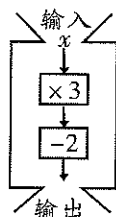
(2) 如果一个正整数 a 是另一个正整数 b 的平方, 则称正整数 a 是完全平方数, 若四位数 m 为“极数”, 记 $D(m) = \frac{m}{33}$. 求满足 $D(m)$ 是完全平方数的所有 m .

方法技巧专题: 整式求值的常见方法

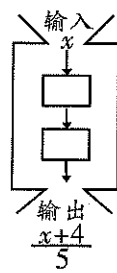


方法一 直接代入求值

- 当 $a = -1, b = 2$ 时, 代数式 $ax + b$ 的值为 7, 那么 $a = 1, b = -2$ 时, 代数式 $ax + b =$ _____.
- 下面是一组数值转换机, 写出图①的输出结果和图②的运算过程, 并完成下表:



图①



图②

(第 2 题)

输入 x	-1	0	$\frac{1}{2}$	2	2.5	6
图①的输出	-5					
图②的输出		$\frac{4}{5}$				

学习笔记:

方法二 化简后代入求值

3. 先化简,再求值:

$$(1) \frac{1}{2}x - 2\left(x - \frac{1}{3}y^2\right) + \left(-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2\right), \text{ 其中 } x = -2, \\ y = \frac{2}{3};$$

$$(2) 3x^2y - \left[2xy^2 - 2\left(xy - \frac{3}{2}x^2y\right) + xy\right] + 3xy^2, \text{ 其中 } x \\ = 3, y = -\frac{1}{3}.$$

方法三 变形后整体代入求值

$$4. \text{ 代数式 } 3x^2 - 4x - 5 \text{ 的值为 } 7, \text{ 则 } x^3 - \frac{4}{3}x - 5 \text{ 的值为} \\ ()$$

A. 4 B. -1 C. -5 D. 7

$$5. \text{ 已知 } a - b = 3, c + d = 2, \text{ 则 } (a + c) - (b - d) \text{ 的值为} \\ ()$$

A. 1 B. -1 C. 5 D. -5

$$6. \text{ 若 } x = 1 \text{ 时, 式子 } ax^3 + bx + 7 \text{ 的值为 } 2\,033, \text{ 则当 } x = \\ -1 \text{ 时, 式子 } ax^3 + bx + 7 \text{ 的值为} ()$$

A. 2\,020 B. 2\,019 C. -2\,019 D. -2\,020

$$7. (1) \text{ 如果 } a - b - 2 = 0, \text{ 那么代数式 } 1 + 2a - 2b \text{ 的值是} \\ \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \text{ 已知 } x = 2y + 3, \text{ 则代数式 } 4x - 8y + 9 \text{ 的值是} \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (2020 \cdot \text{贵阳期末}) \text{ 一个代数式 } 2a^2 - 3b - 3 \text{ 的值} \\ \text{为 } 1, \text{ 则代数式 } -4a^2 + 6b + 5 \text{ 的值是} \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) (2020 \cdot \text{遂宁期末}) \text{ 已知 } a + b = -5, b - c = 1, \text{ 则} \\ (b + c) - (1 - 2a) \text{ 的值为} \underline{\hspace{2cm}}.$$

8. 化简与求值:

$$(1) \text{ 当 } m - 2n = 3 \text{ 时, 求代数式 } (m - 2n)^2 + 2(m - 2n) \\ - 1 \text{ 的值};$$

$$(2) \text{ 当 } 5m - 3n = -4 \text{ 时, 求代数式 } 2(m - n) + 4(2m - \\ n) + 2 \text{ 的值}.$$

方法四 利用特征条件求值

$$9. \text{ 若 } |x + y + 2| + (xy - 1)^2 = 0, \text{ 则 } (3x - xy + 1) - (xy - \\ 3y - 2) \text{ 的值为} ()$$

A. 3 B. -3 C. -5 D. 11

$$10. \text{ 已知有理数 } m, n \text{ 互为相反数, } x, y \text{ 互为倒数, } z \text{ 的绝} \\ \text{对值等于 } 5, \text{ 求 } 2m + 2n + 6xy + z \text{ 的值}.$$

$$11. \text{ 当式子 } (2x + 4)^2 + 5 \text{ 取得最小值时, 求式子 } 5x - \\ [-2x^2 - (-5x + 2)] \text{ 的值}.$$



12. 一般情况下,对于数 a 和数 b , $\frac{a}{2} + \frac{b}{4} \neq \frac{a+b}{2+4}$ (“ $\neq$ ”为不等号,表示不等于),但是对于某些特殊的数 a 和数 b , $\frac{a}{2} + \frac{b}{4} = \frac{a+b}{2+4}$,我们把这些特殊的数 a 和数 b ,称为“理想数对”,记作 $\langle a, b \rangle$. 例如当 $a=1, b=-4$ 时,有 $\frac{1}{2} + \frac{-4}{4} = \frac{1+(-4)}{2+4}$,那么 $\langle 1, -4 \rangle$ 就是“理想数对”.

(1) $\langle 3, -12 \rangle, \langle -2, 4 \rangle$ 中可以称为“理想数对”的是

(2) 如果 $\langle 2, x \rangle$ 是“理想数对”,那么 $x =$ _____;

(3) 若 $\langle m, n \rangle$ 是“理想数对”,求:

$$3 \left[(9n-4m) - 8 \left(n - \frac{7}{6}m \right) \right] - 4m - 12 \text{ 的值.}$$

15. 已知关于 x, y 的多项式 $(2x^2 + ax - y + 6) - (2bx^2 - 3x + 5y - 1)$.

(1) 当 a, b 为何值时,此多项式的值与字母 x 的取值无关?

(2) 在(1)的条件下,求多项式 $3(a^2 - 2ab - b^2) - 4(a^2 - ab - b^2)$ 的值.

方法五 利用“无关”求值

13. (1) 已知多项式 $6x^2 + (1-2m)x + 7m$ 的值与 m 的取值无关,则 $x =$ _____;

(2) (2020·黄石期末) 已知 $A = 3x^3 + 2x^2 - 5x + 7m + 2, B = 2x^2 + mx - 3$,若多项式 $A+B$ 不含一次项,则多项式 $A+B$ 的常数项是 _____.

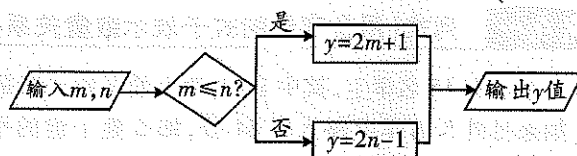
14. (2020·黄冈期末) 已知 $A = 2a^2 + 3ab - 2a - 1, B = -a^2 + 12ab + 2$.

(1) 化简 $4A - (3A - 2B)$;

(2) 若(1)中式子的值与 a 的取值无关,求 b 的值.

方法六 利用程序框图求值

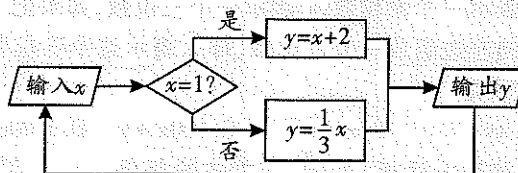
16. 按如图所示的运算程序,能使输出 y 值为 1 的是 ()



(第 16 题)

- A. $m=1, n=1$ B. $m=1, n=0$
C. $m=1, n=2$ D. $m=2, n=1$

17. 如图是一个运算程序的示意图,若开始输入 x 的值为 243,则第 9 次输出的结果为 ()



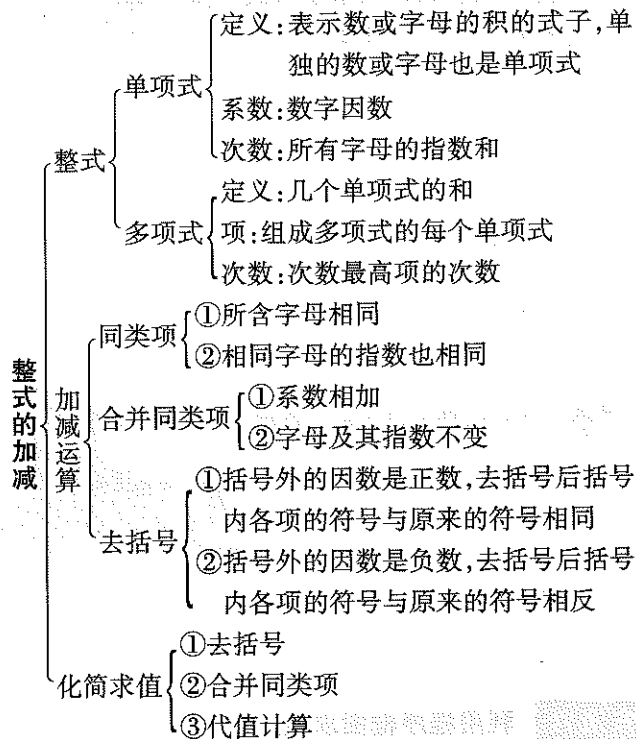
(第 17 题)

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 9

学习笔记:

《整式的加减》章末考点复习与小结

● 知识网络



● 考点突破

考点一 列式(用含字母的式子表示数量关系)

1. 一个组有 15 名学生,其中 10 名学生的平均成绩是 x ,如果另外 5 名学生每人得 84 分,那么整个组的平均成绩是 ()

A. $\frac{x+84}{2}$

B. $\frac{10x+420}{15}$

C. $\frac{10x+84}{15}$

D. $\frac{10+420}{15}$

2. x 表示一个两位数, y 表示一个三位数,如果把 x 放在 y 的左边组成一个五位数,那么表示这个五位数的代数式是 ()

A. xy

B. $x+y$

C. $100x+y$

D. $1\,000x+y$

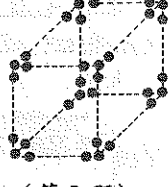
3. (2020·达州)如图,正方体的每条棱上放置相同数目的小球,设每条棱上的小球数为 m ,下列代数式表示正方体上小球总数,则表达错误的是 () (第 3 题)

A. $12(m-1)$

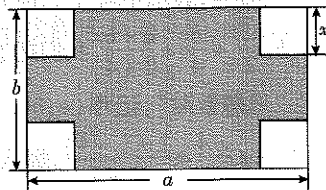
B. $4m+8(m-2)$

C. $12(m-2)+8$

D. $12m-16$



4. 如图是一个长为 a , 宽为 b 的长方形,在它的四角上各剪去一个边长为 x 的小正方形.



(1) 用代数式表示图中

阴影部分的面积;

(第 4 题)

(2) 当 $a=8, b=5, x=2$ 时,求(1)中代数式的值.

5. (2020·重庆八中期中)近几年来,中国快递行业竞争激烈,为了占据市场赢得消费者青睐,某快递公司出台了市内快件收费标准:凡是重庆市内的快递统一收取基础费用 8 元,快递质量不超过 10 kg,不加收费用;快递质量大于 10 kg 时,超过的部分按 0.3 元/kg 收费.

(1) 某同学需要将重量为 x kg ($x > 10$) 的书籍在重庆市内同城快递回家,该同学需付的快递费用为 y 元,用含 x 的代数式表示 y ;

(2) 国庆阅兵,需要将一些纪念品从重庆寄往相距 1 800 km 的北京,该快递公司收到这项任务后,调整了市外快件收费标准,收费标准如下表,已知纪念品重量为 a kg,则纪念品从重庆运往北京的快递费 w 为多少元?(用含 a 的代数式表示 w)

重量费	距离费
不超过 10 kg 统一收取 5 元	0.01 元/km
超过 10 kg 不超过 50 kg 的部分 0.2 元/kg	
超过 50 kg 的部分 0.4 元/kg	
注:快递费 = 重量费 + 距离费	

考点二 单项式、多项式、整式、同类项的定义及应用

6. 如果 $3ab^{2m-1}$ 与 $9ab^{m+1}$ 是同类项,那么 m 等于 ()

A. 2

B. 1

C. -1

D. 0



7. 下列说法中正确的是 ()

- A. $\frac{x^2}{x}$ 是整式
 B. 单项式 2^8mn 的系数是 2, 次数是 10
 C. 多项式 $\frac{3x^2-5}{4}$ 的常数项是 $-\frac{5}{4}$, 二次项系数是 $\frac{3}{4}$
 D. 多项式 $3a^3-abc+4c-5a^4+2c^2$ 的次数是 13

8. 下列说法中错误的有 ()

- ① 单项式 $-2\pi ab$ 的次数是 3 次; ② $-m$ 表示负数;
 ③ $\frac{5}{4}$ 是单项式; ④ $m+\frac{1}{m+3}$ 是多项式.

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

9. 下列各组式子是同类项的是 ()

- A. $3x^2y$ 与 $3xy^2$ B. $-\frac{1}{2}abc$ 与 $\frac{1}{5}ac$
 C. $-2xy$ 与 $-3ab$ D. 0 与 -5

10. (2020·黔西南州) 若 $7a^x b^2$ 与 $-a^3 b^y$ 的和为单项式, 则 $y^x =$ _____.

考点三 整式的加减运算

11. 计算下列代数式, 结果为 x^5 的是 ()

- A. x^2+x^3 B. $x \cdot x^5$ C. x^6-x D. $2x^5-x^5$

12. 下列说法:

- ① 若 $\frac{|a|}{a} = -1$, 则 $a < 0$;
 ② 若 a, b 互为相反数, 则 a^n 与 b^n 也互为相反数;
 ③ a^2+3 的值中最小的值为 3;
 ④ 若 $x < 0, y > 0$, 则 $|xy-y| = -(xy-y)$.

其中正确的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

13. (2020·重庆南开中学期中) 有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示, 且 a, b 互为相反数, 则化简 $|a+c| - |a-b-c| - 3|c-b|$ 的结果是 _____.



(第 13 题)

14. (1) 将 4 个数排列成 2 行 2 列, 两边各加一条竖线记

为 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$, 定义 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 这叫做二阶行列式, 则

$$\begin{vmatrix} -5 & 3x^2+5 \\ 2 & x^2-3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 已知 m 是系数, 关于 x, y 的两个多项式 mx^2-2x+y 与 $-3x^2+2x+3y$ 的差中不含二次项, 则代数式 m^2+3m-3 的值为 _____.

15. 计算:

(1) $(3a-2)-3(a-5)$;

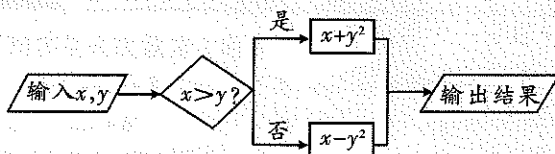
(2) $(4a^2b-5ab^2)-(3a^2b-4ab^2)$;

(3) $3x^2-[7x-(4x-3)-2x^2]$;

(4) $5xy+3y^2-3x^2-xy+4xy+2x^2-x^2+3y^2$.

考点四 整式的化简求值

16. (2020·重庆巴蜀中学期中) 按如图所示的运算程序, 能使运算输出的结果为 4 的是 ()



(第 16 题)

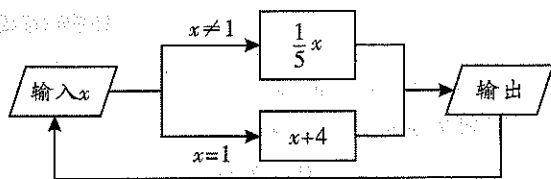
- A. $x=5, y=-1$ B. $x=2, y=2$
 C. $x=-3, y=1$ D. $x=3, y=-1$

17. (1) (2020·重庆南开中学期末) 已知 $\frac{x}{2}-3y+4=0$,

则代数式 $6y-x+5$ 的值为 _____;

(2) 若 $x+y=2020, xy=2021$, 则整式 $(x+2y-3xy)-(-2x-y+xy)+2xy+1 =$ _____.

18. (2020 · 黔东南州) 如图是一个运算程序的示意图, 若开始输入 x 的值为 625, 则第 2 020 次输出的结果为 .



(第 18 题)

19. 先化简, 再求值:

(1) (2020 · 重庆巴蜀中学期中) $3x^3 - \left[\frac{4}{3}xy^2 - 4\left(xy - \frac{3}{2}x^3\right) + xy \right] + \frac{7}{3}xy^2$, 其中 $x=4, y=-\frac{3}{2}$;

(2) (2020 · 重庆一中月考) $3x^2y - [6xy - 2(4xy - 3) + 3x^2y] + 1$, 其中 x 和 y 满足 $|2x+1| + (y-2)^2 = 0$.

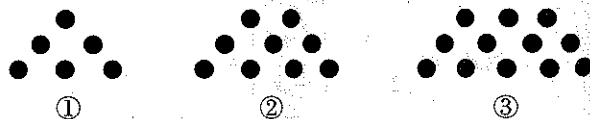
20. 已知 $A=2a^2b-ab^2, B=-a^2b+2ab^2$, 若 $|a+2| + (5-b)^2 = 0$ 时, 求 $5A+4B$ 的值.

21. 一般情况下 $\frac{a}{2} + \frac{b}{3} = \frac{a+b}{2+3}$ 不成立, 但有些数可以使它成立, 例如 $a=b=0$ 时. 我们称使得 $\frac{a}{2} + \frac{b}{3} = \frac{a+b}{2+3}$ 成立的一对数 a, b 为“相伴数对”, 记为 (a, b) .

- (1) 若 $(1, b)$ 是“相伴数对”, 求 b 的值;
- (2) 写出一个“相伴数对” (a, b) , 其中 $a \neq 0$ 且 $a \neq 1$;
- (3) 若 (m, n) 是“相伴数对”, 求代数式 $m - \frac{22}{3}n - [4m - 2(3n - 1)]$ 的值.

考点五 探究规律

22. 用棋子摆出下列一组图形:



(第 22 题)

按照这种规律摆下去, 第 n 个图形用的棋子个数为 ()

- A. $3n$ B. $6n$ C. $3n+6$ D. $3n+3$



23. 观察以下等式:

第 1 个等式: $\frac{2}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$, 第 2 个等式: $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$,

第 3 个等式: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$, 第 4 个等式: $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$,

第 5 个等式: $\frac{2}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{45}$, ...

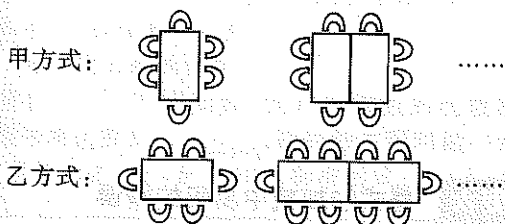
按照以上规律, 解决下列问题:

(1) 写出第 6 个等式: _____;

(2) 写出你猜想的第 n 个等式: _____

(用含 n 的等式表示).

24. 观察下列图形, 回答问题:



(第 24 题)

(1) 若按甲方式将桌子拼在一起, 4 张桌子拼在一起共有 _____ 个座位, n 张桌子拼在一起共有 _____ 个座位;

(2) 若按乙方式将桌子拼在一起, 6 张桌子拼在一起共有 _____ 个座位, m 张桌子拼在一起共有 _____ 个座位;

易错专题:《整式的加减》中的易错题

类型一 单项式中的易混易错概念

1. 下列式子: x^2y , $-\frac{8}{7}mn$, $\frac{1}{2}$, $3s-1$, 0 , m , $\frac{a+b}{5}$, $\frac{y}{x}$, 其中

单项式有 _____ ()

A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

2. 下列说法正确的是 _____ ()

A. 单项式 $-\frac{2x^2y}{5}$ 的系数是 -2 , 次数是 2

B. 单项式 a 的系数为 0 , 次数为 2

C. 单项式 $-5 \times 10^2 m^2 n^2$ 的系数为 -5 , 次数为 5

D. 单项式 $-\frac{6}{7}a^2b$ 的系数为 $-\frac{6}{7}$, 次数为 3

3. 单项式 $-\frac{7\pi x^2y}{15}$ 的系数和次数的乘积等于 _____.

类型二 多项式中的易错问题

4. 下列多项式次数为 3 的是 _____ ()

A. $-5x^2+6x-1$ B. πx^2+x-1

C. $a^2b+ab+b^2$ D. $x^2y^2-2x^3-1$

5. 下列说法中, 不正确的是 _____ ()

A. $-ab^2c$ 的系数是 -1 , 次数是 4

B. $\frac{xy}{3}-1$ 是整式

C. $6x^2-3x+1$ 的项是 $6x^2$, $-3x$, 1

D. $2\pi R+\pi R^2$ 是三次二项式

6. 如果 A 和 B 都是二次多项式, 则 $A+B$ 一定是 _____ ()

A. 次数不高于二的整式 B. 四次多项式

C. 二次多项式

D. 次数不低于二的多项式